

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



И.И. Палкин

2019г.

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ**
Уровень образования – бакалавриат, специалитет

Санкт – Петербург
2019

Продолжительность вступительного экзамена по математике

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа (180 минут).

Система оценивания отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Оценивание экзаменационной работы и перевод первых баллов в тестовые проводится на основании шкалы оценивания, утвержденной ректором РГГМУ.

Перечень тем к вступительному экзамену по математике

Первая часть

I. ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА, ДЕЙСТВИЯ И ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1. Определение числовых множеств и их свойства. Множество натуральных чисел, целых чисел, рациональных чисел, иррациональных чисел, действительных чисел. Простые числа. Составные числа. Чётные числа. Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель.

2. Действия и операции с действительными числами. Арифметические действия и их свойства. Операции сравнения и их свойства.

Модуль и его свойства. Степень. Свойства степеней с натуральным показателем. Формулы сокращённого умножения. Свойства степеней с произвольным показателем степени. Логарифм. Логарифмическое тождество. Логарифм произведения, отношения, степени. Формула перехода к новому основанию.

II. КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

1. Базовые понятия. Одночлен. Целое рациональное выражение. Дробное выражение. Иррациональное выражение. Подобные члены.

2. Многочлены (полиномы). Степень многочлена. Старший коэффициент. Свободный член. Делимость многочленов. Теорема Безу. Алгоритм деления многочленов с остатком.

3. Алгебраические дроби. Классификация дробей. Пропорции и их свойства.

III. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ, ЕЁ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И КЛАССИФИКАЦИЯ

1. Определение функции. Область определения. Область значений. Независимая переменная. Зависимая переменная. Аргумент и функция. Элементарные и неэлементарные функции. Иррациональные функции. Композиции функций (сложные функции).

2. Способы задания функции. Табличный, графический, аналитический: явный, неявный, параметрический. График функции и его преобразование. Прямоугольная декартова система координат. Преобразования графиков функций: $y = f(x + c)$, $y = c + f(x)$, $y = c \cdot f(x)$.

3. Основные свойства функций. Область определения. Чётность, нечётность. Монотонность. Корни функции. Периодичность. Ограниченностъ функции. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. Понятие обратной функции и условие её существования.

IV. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства. Канонические уравнения прямой и геометрический смысл параметров канонических уравнений прямой.

V. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства и графики простейших квадратичных функций:

$$y = x^2; y = Ax^2; y = (x + B)^2; y = x^2 + C.$$

2. Формулы для нахождения корней квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.

Построение общей формулы корней с помощью выделения полного квадрата. Вывод формулы корней в случае чётности коэффициента b . Теорема Виета.

3. Анализ свойств квадратичной функции с помощью дискриминанта. Количество корней. Знаки функции. Координаты вершины параболы. Разложение функции на линейные множители.

VI. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

1. Показательные функции и их свойства. Свойства простейшей функции $y = a^x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства функций с произвольным показателем $y = a^{f(x)}$.

2. Логарифмические функции и их свойства. Свойства простейшей функции $y = \log_a x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства логарифмических функций вида

$$y = \log_a f(x), \text{ где } f(x) > 0.$$

VII. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ И СИСТЕМ

1. Классификация уравнений, неравенств и их преобразования. Алгебраические, показательные, логарифмические иррациональные, трансцендентные уравнения и неравенства. Область допустимых значений и равносильные (эквивалентные) преобразования. Преобразования уравнений, которые приводят к потере корней или приобретению посторонних корней.

2. Уравнения, неравенства и системы, содержащие параметры. Графический способ решения. Аналитический способ решения. Уравнения с двумя неизвестными. Решение уравнений, неравенств и систем, содержащих модули и параметры.

VIII. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

1. Базовые понятия. Углы, дуги и их измерение. Основные тригонометрические величины и тождества. Обратные тригонометрические величины.

2. Основные формулы. Теоремы сложения. Формулы двойного угла. Формулы понижения степени. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование суммы и разности синусов и косинусов в произведение. Выражение синуса и косинуса через тангенс половинного угла.

IX. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

1. Формулы общих решений простейших тригонометрических уравнений.

$$\sin x = m; \cos x = m; \tan x = m; \cot x = m.$$

2. Однородные уравнения первого и второго порядков.

$$a\sin x + b\cos x = 0; a\sin^2 x + b\cos^2 x + c\sin x \cos x = 0.$$

3. Неоднородные уравнения первого и второго порядков.

$$a\sin x + b\cos x = c; a\sin^2 x + b\cos^2 x + c\sin x \cos x = d.$$

X. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

1. Определение, свойства и графики. $y = \sin x; y = \cos x; y = \tan x; y = \cot x$.

2. Определение, свойства и графики.

$$y = \arcsin x; y = \arccos x; y = \arctan x; y = \operatorname{arccot} x.$$

XI. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И ПРОГРЕССИИ

1. Последовательность. Рекуррентные формулы. Возрастающие и убывающие последовательности.

2. Арифметическая прогрессия. Определение и основные свойства. Сумма n последовательных членов арифметической прогрессии.

3. Геометрическая прогрессия. Определение и основные свойства. Сумма n последовательных членов геометрической прогрессии.

4. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Формула вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

XII. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Основные понятия и определения. Свободный вектор. Радиус-вектор. Нулевой вектор. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Противоположные векторы. Сонаправленные векторы.

2. Линейные операции над векторами. Правило треугольника. Правило многоугольника. Правило параллелограмма.

3. Скалярное умножение векторов. Определение и свойства. Проекции векторов. Свойства проекций.

4. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное произведение векторов в координатной форме. Условие ортогональности и коллинеарности векторов в координатной форме. Вычисление угла между векторами в координатной форме.

Вторая часть

I. ПЛАНИМЕТРИЯ

1. Прямые и углы на плоскости. Классификация углов. Признаки параллельности двух прямых. Теорема Фалеса.

2. Треугольники. Классификация треугольников. Соотношения между сторонами и углами. Серединные перпендикуляры и точка их пересечения. Описанная окружность, её центр и радиус. Теорема синусов и теорема косинусов. Признаки равенства треугольников. Подобные треугольники и признаки их подобия.

Замечательные линии в треугольнике: медиана, биссектриса, высота, средняя линия. Свойства медиан, биссектрис, высот и средних линий. Вписанная и описанная окружность и их радиусы. Формулы вычисления площади треугольника (5 формул).

Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник, прямоугольный треугольник и их свойства.

3. Четырёхугольники. Классификация четырёхугольников. Свойства произвольного четырёхугольника. Теорема Птолемея.

Параллелограмм и его свойства. Площадь параллелограмма. Ромб и его свойства. Площадь ромба. Прямоугольник и его свойства. Площадь прямоугольника. Квадрат и его свойства. Площадь квадрата. Трапеция и её элементы: боковые стороны, основания, средняя линия, высота, диагонали. Свойства трапеции. Формулы вычисления площади трапеции (3 формулы).

4. Выпуклые многоугольники. Формула вычисления суммы всех внутренних углов многоугольника. Формула вычисления количества всех диагоналей многоугольника. Формула вычисления количества всех треугольников, на которые многоугольник делится диагоналями, выходящими из одной вершины этого многоугольника.

5. Окружность и круг. Прямые и отрезки, связанные с окружностью: хорда, секущая, касательная, диаметр, радиус. Углы, связанные с окружностью: центральный угол, вписанный угол. Свойства этих углов. Углы между хордами, касательными и секущими. Свойства хорд. Соотношения между длинами хорд, отрезками касательных и секущих. Длина дуги и окружности. Площадь круга, сегмента и сектора.

II. СТЕРЕОМЕТРИЯ

1. Прямые и плоскости в пространстве. Основные аксиомы стереометрии. Способы задания прямой. Перпендикуляр, наклонные и их свойства. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла, угол между плоскостями.

2. Многогранники. Призма и её элементы. Прямая и наклонная призмы. Площадь поверхности и объём призмы. Параллелепипед: прямой и прямоугольный. Куб.

Пирамида: правильная и усечённая. Площадь поверхности и объём произвольной пирамиды.

3. Тела вращения. Цилиндр (прямой, круговой). Конус (прямой, круговой). Усечённый конус. Элементы цилиндра и конуса. Площадь поверхности и объём тел вращения. Сфера и шар. Шаровой сектор и шаровой сегмент. Площади и объёмы шара, сектора и сегмента.

Третья часть

I. ПОНЯТИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

1. Определение производной функции в точке x_0 . Физический и геометрический смысл производной. Производная как число и производная как функция.

2. Основные свойства производных. Аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения двух функций. Простейшая таблица производных.

3. Исследование функций с помощью производных. Интервалы монотонности функции и знаки её производной первого порядка. Определение точки максимума и точки минимума функции. Точки экстремума и стационарные точки. Достаточный признак существования точки максимума или минимума. Вычисление локального максимума и локального минимума. Теорема о наибольшем и наименьшем значениях функции, заданной в замкнутой области.

Четвёртая часть

I. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ

1. Алгебра событий. Элементарное событие. Достоверные и невозможные события. Случайные события и их классификация: независимые и зависимые, совместные и несовместные, равновозможные, совместные и несовместные, противоположные. Полная группа событий. Равенство событий. Сумма (объединение) событий. Произведение (пересечение) событий. Разность событий.

2. Комбинаторика. Соединения: перестановки, размещения, сочетания. Формулы для вычисления числа перестановок (с выводом), размещений и сочетаний.

3. Вероятность. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Применение комбинаторики для вычисления вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Литература для подготовки

1. Битнер В.А. Краткий курс школьной математики. – СПб.: Питер, 2007. – 416 с.

2. Вольфсон Б.И. Геометрия. Подготовка к ЕГЭ ГИА-9. Учимся решать задачи и повторяем теорию: учебное пособие – Изд.3-е, перераб. и дополн. – Ростов на Дону: Легион, 2014. – 256 с.

3. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. ЕГЭ 2016. Математика. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь. – М. : МЦНМО, 2016. – 64с.

4. Звавич Л. И. , Геометрия в таблицах.7-11 кл. : справочное пособие. – М. : Дрофа, 2008. – 124 с.

5. Иванов С. О. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ-2014. – Ростов на дону: Легион, 2013. – 64 с.

6. Кочагин В.В. ЕГЭ 2018. Математика: сборник заданий. – Москва: Эксмо, 2017. – 256 с.

7. Кулабухов С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Решение задач по стереометрии методом координат : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2013. – 32 с.

8. Панфёров В. Сэ, Сергеев И.Н. Отличник ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач; ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2010. – 80 с.
9. Резникова Н. М., Фридман Е. М. Математика ЕГЭ. Профильный уровень. Сечения многогранников : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2016. – 64 с.
- 10 Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром. – М. : УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
11. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Решение задач и уравнений в целых числах. – М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
12. Сергеев И.Н. ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 301 с.
13. Сергеев И.Н. ЕГЭ 2017. Практикум по математике. Профильный уровень. – М.: Издательство «Экзамен», 2017. – 142 с.
14. Ященко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Национальное образование», 2018. – 256 с.