

Направление: 022000.62 Экология и природопользование	Профиль:
Форма обучения: заочная - сокращенная	Курс: 2
Дисциплина: Математика	Вид контроля: контрольная работа

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа состоит из семи задач. Задание для каждой задачи включает в себя ее формулировку и десять вариантов исходных данных.

Задача 1. Дана функция $z = f(x, y)$. Требуется:

1) найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$;

2) найти полный дифференциал dz ;

3) показать, что для данной функции справедливо равенство: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

Номер варианта	Функция	Номер варианта	Функция
1	$z = \ln(\sqrt{x} + 2y^3)$	2	$z = (y^2 - x) \arcsin(2x)$
3	$z = \operatorname{tg}(x - 5y^2)$	4	$z = e^{-x^2} (y + 4x)^2$
5	$z = e^{x+3y} + \cos(xy)$	6	$z = \ln^3(2y - x)$
7	$z = x \cos(3x + 2y)$	8	$z = \sqrt{3y - \sin x}$
9	$z = x^y + \sin(x - y)$	10	$z = 4xy^5 - e^{x^2-3y}$

Задача 2. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ и $\frac{\partial y}{\partial x}$, если переменные x , y и z связаны равенством вида $F(x, y, z) = 0$.

Номер варианта	Равенство $F(x, y, z) = 0$	Номер варианта	Равенство $F(x, y, z) = 0$
1	$e^{xy-z} + 3x^2 \sin y - 2xz^3 = 0$	2	$\sin(xy^2) + z^3 xy^2 + z^4 - x = 0$
3	$x e^{z-y} + zy + y^2 \ln x - 2z = 0$	4	$(x - 2y)^4 - 5 \frac{y^2}{z} + 3 \cos x - z^5 = 0$
5	$\ln(xz^3) + y^3 - 5x^2 yz^4 + 5x = 0$	6	$\cos(y + e^z) + xz^5 y + 3x^3 + 4 = 0$
7	$e^{y^2-z^2} + y \operatorname{tg} x - zx^5 + 3y = 0$	8	$(z - 2x)^3 + 3y^4 x - y^2 e^{2z} - 2x = 0$
9	$z e^{-y} + \sqrt{x - z^3} + y^2 zx - y^5 = 0$	10	$\sin^2 z + \ln(x - y) + 2x^4 - 3yz^2 = 0$

Задача 3. Дана сложная функция $z = f(x, y, t)$, где $x = x(t)$, $y = y(t)$. Найти полную производную $\frac{dz}{dt}$.

Номер варианта	Функция $z = f(x, y, t)$	Функции $x = x(t)$, $y = y(t)$
1	$u = (3t + 2x^2 - y)^3$	$x = \operatorname{tg} t, y = \frac{1}{\cos t}$
2	$u = (4t - x) e^{x-2y}$	$x = \frac{1}{t^2}, y = \sqrt{2t+1}$
3	$u = t \sin(x^3 + y)$	$x = \sqrt{t} + 1, y = t^4$
4	$u = \operatorname{tg}(x + t) e^y$	$x = \ln(t^3 + 1), y = t^2$
5	$u = \sqrt{t - 2xy}$	$x = \sin 3t, y = 1 - 5t$
6	$u = \sin(x^2 + y) - y\sqrt{t}$	$x = e^{-t}, y = \frac{t}{2} - 2t^2$
7	$u = \frac{\ln(2x - t)}{y}$	$x = \cos 4t, y = \sin 2t$
8	$u = x \operatorname{ctg}(t - 3y)$	$x = 2 - 3t^2, y = \frac{1}{t+1}$
9	$u = \ln(2t + x - y^2)$	$x = \sin^2 t, y = 3t - t^{-3}$
10	$u = xy^2 + \cos(y + 2t)$	$x = \sqrt{t} - t, y = 2t - 4$

Задача 4. Дана функция двух переменных: $z = f(x, y)$ и уравнения границ замкнутой области D на плоскости xOy .

Найти наибольшее и наименьшее значения функции z в области D ;

Номер варианта	Функция	Уравнения границ области D
1	$z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$	$x = 0, y = 0, x + y = -5$
2	$z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2$	$x = 1, y = -3, x + y = 2$
3	$z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 5x + 4$	$x = -1, y = -2, x + y = 1$
4	$z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$	$x = -1, y = 0, x + y = 3$
5	$z = x^2 - 3xy + 4x + 8y$	$x = 0, y = 4, x + y = -2$
6	$z = x^2 - 4xy + 3y^2 + x - y$	$x = -1, y = -1, y + x = 5$
7	$z = 10 - x - 2xy - x^2$	$x = -3, y = -1, x + y = 0$
8	$z = 2x^2 + y^2 - xy + x - y + 3$	$x = -1, y = 2, x - y = 0$
9	$z = x^2 - y^2 + xy - 3x + 1$	$x = 0, y = 0, x + y = 4$
10	$z = x^2 + y^2 - xy + x - 4y$	$x = 1, y = 3, x + y = -3$

Задача 5. Поверхность σ задана уравнением $z = f(x, y)$.

Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности σ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, принадлежащей ей, если x_0, y_0 – заданные числа.

Номер варианта	Уравнение поверхности	Значения x_0, y_0
1	$z = 3y - x^2y + x$	$x_0 = 1, y_0 = 5$
2	$z = \frac{x^2}{y} + 3x - y^2$	$x_0 = 1, y_0 = -1$
3	$z = \sqrt{xy} + x^3 - 5$	$x_0 = 1, y_0 = 4$
4	$z = y^3x - y + x^2$	$x_0 = -1, y_0 = 2$
5	$z = \cos y + 2x^2 - xy$	$x_0 = 2, y_0 = 0$
6	$z = xy + y^3 + 2x$	$x_0 = 2, y_0 = 1$
7	$z = \ln(2x) - xy^3 + y$	$x_0 = \frac{1}{2}, y_0 = 2$
8	$z = e^y + x^2y - x^4 + 1$	$x_0 = -1, y_0 = 0$
9	$z = y \sin x + 3y^2$	$x_0 = \frac{\pi}{2}, y_0 = -1$
10	$z = 2y - \frac{y}{x^2} + x^5$	$x_0 = 1, y_0 = 3$

Задача 6. Дано плоское скалярное поле $U = U(x, y)$, точка $M_0(x_0, y_0)$ и вектор $\vec{s}$. Требуется:

1) найти уравнения линий уровня поля U ;

2) найти градиент поля в точке M_0 и производную $\frac{\partial U}{\partial s}$ функции $U(x, y)$ в точке M_0 по направлению вектора $\vec{s}$;

Номер варианта	Скалярное поле	Точка $M_0(x_0, y_0)$	Вектор $\vec{s}$
1	$U = x^2 + 3y^2$	$M_0(1, 1)$	$\vec{s} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$
2	$U = x^2 - 2y^2$	$M_0(2, 1)$	$\vec{s} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$
3	$U = -3y - x^2$	$M_0(-1, -1)$	$\vec{s} = \vec{i} + 2\vec{j}$
4	$U = y^2 - 4x$	$M_0(-2, 1)$	$\vec{s} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$
5	$U = 2x^2 - y^2$	$M_0(1, 1)$	$\vec{s} = -\vec{i} - 3\vec{j}$
6	$U = 2x^2 + y^2$	$M_0(1, 2)$	$\vec{s} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$
7	$U = x^3 - y$	$M_0(1, -2)$	$\vec{s} = -2\vec{i} + \vec{j}$
8	$U = 2x + y^2$	$M_0(-2, 1)$	$\vec{s} = \vec{i} + \vec{j}$
9	$U = (x + 1)^2 + y^2$	$M_0(0, 2)$	$\vec{s} = \vec{i} - 2\vec{j}$
10	$U = 3x^2 - y^2$	$M_0(1, -1)$	$\vec{s} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$

Задача 7. Дана функция комплексной переменной (ФКП) $w = f(z)$, где

$z = x + iy$, и точка z_0 . Требуется:

1) представить ФКП в виде $w = u(x, y) + iv(x, y)$, выделив ее действительную и мнимую части;

2) проверить, является ли функция w аналитической;

3) в случае аналитичности функции w найти ее производную w' в точке z_0 .

№ варианта	Функция $w = f(z)$, точка z_0	№ варианта	Функция $w = f(z)$, точка z_0
------------	----------------------------------	------------	----------------------------------

1	$w = \frac{5}{z} - (2-z)^2 + 2i, \quad z_0 = 3+i$	6	$w = \frac{4}{z-i} - (7i-z)^2 + 1, \quad z_0 = 2+3i$
2	$w = z^2 + 5i - \frac{2z}{z-2}, \quad z_0 = 2-2i$	7	$w = \frac{z+1}{z} - z^2 - 3i, \quad z_0 = 2+2i$
3	$w = z + (3i-z)^2 + \frac{i}{z}, \quad z_0 = -1+i$	8	$w = (z-3i)^2 + \frac{2i}{z+1} - 5z, \quad z_0 = -2+i$
4	$w = (5i-z)^2 - \frac{1-i}{z}, \quad z_0 = 1+i$	9	$w = \frac{2}{z} - (z+2i)^2 - 3i, \quad z_0 = -2-2i$
5	$w = \frac{3}{z+2i} + 5z^2 + 4i, \quad z_0 = 1-i$	10	$w = 2 + z^2 - \frac{3i}{z+2i}, \quad z_0 = 1-3i$

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. В 2 ч. Ч. 1 / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2003. – 288 с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. В 2 ч. Ч. 2 / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс: Рольф, 2002. – 256 с.
3. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник для втузов. В 2 т. Т. 1 / Н. С. Пискунов. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – 456 с.
4. Шипачев, В.С. Высшая математика: учебник для вузов / В.С. Шипачев. – М.: Высш. шк., 2007. – 479 с.
5. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для втузов. В 2 ч. Ч.1 / П. Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Оникс: Мир и образование, 2005. – 304 с.
6. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для втузов. В 2 ч. Ч.2 / П. Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Оникс: Мир и образование, 2005. – 416 с.
7. Шипачев, В.С. Задачник по высшей математике / В.С. Шипачев. – М.: Высш. шк., 2001. – 304 с.
8. Кручкович Г.И. Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики: учебное пособие для втузов. / Г.И. Кручкович [и др.], под ред. Г.И. Кручковича. – М.: Высш. шк., 1970. – 512 с.