



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Председатель
экзаменационной комиссии

__Зайцева И.В._____
« 28 ____ » _октября_ 2021 г.

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ, ПРОВОДИМОГО РГГМУ
САМОСТОЯТЕЛЬНО, ПО МАТЕМАТИКЕ**

для поступающих на основные образовательные программы
бакалавриата и специалитета

Санкт - Петербург
2021

1. Основные положения

Программа дисциплины «Математика» предназначена для абитуриентов, поступающих на обучение по программе бакалавриата, проводимого федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Российский государственный гидрометеорологический университет» (РГГМУ).

Программа разработана на основании следующих документов.

- Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ.
- Приказ Министерства науки и высшего образования России от 30.08.2019 № 666 "Об утверждении перечня вступительных испытаний при приеме на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата и программам специалитета".
- Правило приема в РГГМУ.
- Положение об организации и проведении общеобразовательных вступительных испытаний, проводимых РГГМУ самостоятельно, а также письменных вступительных испытаний профильной направленности (СМК-ОНД-05/18).
- Ряд других локальных нормативных актов университета.

Целью вступительного экзамена по математике является объективная оценка качества подготовки абитуриентов для дальнейшего их обучения на факультетах РГГМУ.

Отбор содержания вступительного испытания по математике в 2022 г. осуществляется в соответствии с требованиями к результатам изучения школьного курса математики. Эти требования представлены в ФГОС.

В содержание вступительного испытания включены следующие разделы школьного курса математики.

Алгебра: алгебра вещественных чисел, векторная алгебра, прогрессии, решение уравнений, неравенств и алгебраических систем.

Геометрия: планиметрия и стереометрия.

Начала математического анализа: функция и её основные характеристики, простейшие элементарные функции и их свойства.

Начала дифференциального и интегрального исчисления: производная функции, её физический и геометрический смысл, свойства, основная таблица производных, неопределённый интеграл, его свойства и основная таблица производных, определённый интеграл и его основные свойства.

Введение в теорию вероятностей: алгебра событий, комбинаторика, классическое определение вероятности, простейшие задачи на вычисление вероятности.

В экзаменационной работе проверяются: знание основных математических понятий, умение корректно проводить преобразования различных математических выражений, уровень логического мышления.

Содержание заданий и их количество достаточны для проверки уровня знаний школьного курса математики, необходимого для дальнейшего успешного освоения курса высшей математики в РГГМУ.

2. Структура заданий вступительного испытания

Каждый вариант заданий вступительного испытания включает 19 заданий, которые различаются формой и уровнем сложности.

3. Продолжительность вступительного испытания

На выполнение заданий вступительного испытания отводится 3 часа (180 минут).

4. Дополнительные материалы и оборудование

Дополнительные материалы и оборудование в ходе проведения вступительного испытания по математике не используются.

5. Система оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом

Ответы на задания 1–18 оцениваются 1 баллом. Правильное выполнение задания 19 оценивается 2 баллами.

Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания.

6. Перечень тем вступительного испытания

Тема 1

I. ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА, ДЕЙСТВИЯ И ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1. Определение числовых множеств и их свойства. Множество натуральных, целых, рациональных, иррациональных чисел и действительных чисел. Простые и составные числа. Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель.

2. Действия и операции с действительными числами. Арифметические действия и их свойства. Операции сравнения и их свойства.

Модуль и его свойства. Степень. Свойства степеней с натуральным показателем. Формулы сокращённого умножения. Свойства степеней с произвольным показателем. Логарифм и логарифмическое тождество. Логарифм произведения, отношения, степени. Формула перехода к новому основанию.

II. КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

1. Базовые понятия. Одночлен. Целые и дробное выражения. Иррациональное выражение. Подобные члены.

2. Многочлены (полиномы). Степень многочлена, старший коэффициент, свободный член. Деление многочленов.

3. Алгебраические дроби. Классификация дробей. Пропорции и их свойства.

Тема 2

I. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ, ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

1. Определение функции. Область определения. Область значений. Независимая переменная. Зависимая переменная. Аргумент и функция. Простейшие элементарные и функции. Иррациональные функции. Композиции функций (сложные функции).

2. Способы задания функции. Табличный, графический, аналитический. Прямоугольная декартова система координат. График функции и его преобразование. Графики простейших элементарных функций.

3. Основные свойства функций. Область определения. Чётность, нечётность. Функции общего вида. Монотонность. Корни функции. Периодичность. Точки экстремума. Стационарные точки. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

II. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и геометрический смысл параметров этого уравнения.

III. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства и графики простейших квадратичных функций:

$$y = x^2; y = Ax^2; y = (x + B)^2; y = x^2 + C.$$

2. Формулы для нахождения корней квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Построение общей формулы корней с помощью выделения полного квадрата. Вывод формулы корней в случае чётности коэффициента b . Теорема Виета.

3. Анализ свойств квадратичной функции с помощью дискриминанта. Количество корней. Знаки функции. Координаты вершины параболы. Разложение функции на линейные множители.

IV. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

1. Свойства и график простейшей функции $y = a^x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства функций с произвольным показателем $y = a^{f(x)}$.

2. Свойства и график простейшей функции $y = \log_a x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства логарифмических функций вида $y = \log_a f(x)$, где $f(x) > 0$.

V. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ И СИСТЕМ

1. Классификация уравнений, неравенств, их преобразования. Алгебраические, показательные, логарифмические иррациональные, трансцендентные уравнения и неравенства. Область допустимых значений и равносильные преобразования. Преобразования уравнений, которые приводят к потере корней или приобретению посторонних корней.

2. Уравнения, неравенства и системы, содержащие параметры. Графический способ решения. Аналитический способ решения. Решение уравнений, неравенств и систем, содержащих модули и параметры.

Тема 3

I. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

1. Базовые понятия. Углы, дуги и их измерение. Основные тригонометрические величины. Обратные тригонометрические величины.

2. Основные формулы. Теоремы сложения. Формулы двойного угла. Формулы понижения степени. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование суммы и разности синусов и косинусов в произведение. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Выражение синуса и косинуса через тангенс половинного угла.

II. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ

1. Формулы общих решений простейших тригонометрических уравнений.

$$\sin x = m; \cos x = m; \tan x = m; \cot x = m.$$

2. Однородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = 0; a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = 0.$$

3. Неоднородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = c; a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = d.$$

III. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

1. Определение, свойства и графики.

$$y = \sin x; y = \cos x; y = \tan x; y = \operatorname{ctan} x.$$

2. Определение, свойства и графики.

$$y = \arcsin x; y = \arccos x; y = \operatorname{arctan} x; y = \operatorname{arcctan} x.$$

Тема 4

I. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И ПРОГРЕССИИ

1. Последовательность. Рекуррентные формулы. Возрастающие и убывающие последовательности.

2. Арифметическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма n последовательных членов арифметической прогрессии.

3. Геометрическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма n последовательных членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Формула вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Тема 5

I. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Основные понятия и определения. Свободный вектор, радиус-вектор, нулевой вектор. Коллинеарные векторы, компланарные векторы, противоположные векторы, сонаправленные векторы.

2. Линейные операции над векторами. Сложение векторов и умножение векторов на число, вычитание векторов. Правило треугольника, многоугольника, параллелограмма.

3. Скалярное умножение векторов. Определение и свойства. Проекция векторов. Свойства проекций.

4. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное произведение векторов в координатной форме. Условие ортогональности и коллинеарности векторов в координатной форме. Вычисление угла между векторами в координатной форме.

Тема 6

I. ПЛАНИМЕТРИЯ

1. Прямые и углы на плоскости. Классификация углов. Признаки параллельности двух прямых. Теорема Фалеса.

2. Треугольники. Классификация треугольников. Соотношения между сторонами и углами. Серединные перпендикуляры и точка их пересечения. Теорема синусов и теорема косинусов. Признаки равенства треугольников. Подобные треугольники и признаки их подобия.

Замечательные линии в треугольнике: медиана, биссектриса, высота, средняя линия. Свойства медиан, биссектрис, высот и средних линий. Вписанная и описанная окружность и их радиусы. Формулы вычисления площади треугольника.

Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник, прямоугольный треугольник и их свойства.

3. Четырёхугольники. Классификация четырёхугольников. Свойства произвольного четырёхугольника. Теорема Птолемея. Параллелограмм, свойства и формулы вычисления его площади. Ромб, его свойства, формулы вычисления его площади. Трапеция и её элементы:

боковые стороны, основания, средняя линия, высота, диагонали. Свойства трапеции. Формула вычисления площади трапеции.

5. Окружность и круг. Прямые и отрезки, связанные с окружностью: хорда, секущая, касательная, диаметр, радиус. Углы, связанные с окружностью: центральный угол, вписанный угол. Свойства этих углов. Углы между хордами, касательными и секущими. Свойства хорд. Соотношения между длинами хорд, отрезками касательных и секущих. Длина дуги и окружности. Площадь круга, сегмента и сектора.

Тема 7

I. СТЕРЕОМЕТРИЯ

1. Прямые и плоскости в пространстве. Основные аксиомы стереометрии. Способы задания прямой. Перпендикуляр, наклонные и их свойства. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, угол между плоскостями.

2. Многогранники. Призма и её элементы. Прямая и наклонная призмы. Площадь поверхности и объём призмы. Параллелепипед: прямой и прямоугольный. Куб. Пирамида: правильная и усечённая. Площадь поверхности и объём произвольной пирамиды.

3. Тела вращения. Цилиндр (прямой, круговой). Конус (прямой, круговой). Усечённый конус. Элементы цилиндра и конуса. Площадь поверхности и объём тел вращения. Сфера и шар. Шаровой сектор и шаровой сегмент. Площади и объёмы шара, сектора и сегмента.

Тема 8

I. ПОНЯТИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

1. Определение производной функции в точке x_0 . Физический и геометрический смысл производной. Производная как число и производная как функция.

2. Основные свойства производных. Аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения двух функций. Простейшая таблица производных.

3. Исследование функций с помощью производных. Интервалы монотонности функции и знаки её производной первого порядка. Определение точки максимума и точки минимума функции. Точки экстремума и стационарные точки. Достаточный признак существования точки максимума или минимума. Вычисление локального максимума и локального минимума. Теорема о наибольшем и наименьшем значениях функции, заданной в замкнутой области.

Тема 9

I. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Алгебра событий. Элементарное событие. Достоверные и невозможные события. Случайные события и их классификация: независимые и зависимые, совместные и несовместные, равновозможные, противоположные. Полная группа событий. Равенство событий. Сумма (объединение) событий. Произведение (пересечение) событий.

2. Комбинаторика. Соединения: перестановки, размещения, сочетания. Формулы для вычисления числа перестановок, размещений и сочетаний.

3. Вероятность. Классическое определение вероятности. Применение комбинаторики для вычисления вероятности Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Вариант вступительного испытания по математике в 2021 году

ВАРИАНТ № 1 2021 г.

1. Упростите выражение

$$\frac{a^3 + 8b^3}{a + 2b} - \frac{a^3 - 8b^3}{a - 2b}.$$

2. Вычислите

$$\frac{\sin 70^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 40^\circ}.$$

3. Вычислите.

$$\log_9 4 - \log_3 18.$$

4. Вычислите.

$$2^{\log_4 3 + \log_4 27}.$$

5. Найдите число D , если $D + 2$ составляет 60% от числа $D + 4$.

6. Решите уравнение

$$(x^2 - 4)\sqrt{1 - x} = 0.$$

7. Решите уравнение

$$\log_8(8 - x^3) = \log_2(2 - x).$$

8. Решите уравнение

$$4^x + 2^{x+2} = 12.$$

9. Решите уравнение

$$\tan x = -\sqrt{2} \cos x.$$

10. Решите неравенство

$$\log_3(x^2 - 3) > \log_3(x + 3).$$

11. Решите неравенство

$$(x^3 - 1)(x^4 - 1) \leq 0.$$

12. Решите неравенство

$$4 \cdot 2^{x+4} > 2^{-x}.$$

13. Решите систему

$$\begin{cases} \sqrt{x} + xy = -3, \\ x\sqrt{x} + xy = -3. \end{cases}$$

14. Найдите знаменатель геометрической прогрессии $q > 0$, если её первый член $b_1 = -54$, а произведение $b_2 \cdot b_4 = 36$.

15. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого $S = 2$, диагональ $d = 2\sqrt{3}$.

16. В основании прямой призмы лежит ромб со стороной $a = 2$ и острым углом $\beta = 60^\circ$. Большая диагональ призмы равна $d = \sqrt{15}$. Найдите объём призмы.

17. Моторная лодка прошла по реке $139\frac{1}{3}$ км и вернулась обратно. Время такой прогулки составило 20 часов. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде равна 15 км/ч .

18. Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$px^2 - 2x + p = 0$$

имеет только один корень.

19. Задана функция

$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 3x + 1).$$

Решите уравнение

$$f'(x) = 2f(x).$$

ОТВЕТЫ В ВАРИАНТЕ № 1

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
$-4ab$	1	-2	9	1	2	-1	1	$\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$	$(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
$(-\infty; -1] \cup \{1\}$	$(3; +\infty)$	$\{1; -4\}$	$\frac{1}{3}$	8	6	4 км/ч	$\{0; \pm 1\}$	$\left\{0; -\frac{7}{3}\right\}$	-----

7. Список литературы для подготовки к вступительному экзамену

1. Битнер В.А. Краткий курс школьной математики. – СПб.: Питер, 2007. – 416 с. ил.
2. Вольфсон Б.И. Геометрия. Подготовка к ЕГЭ ГИА-9. Учимся решать задачи и повторяем теорию: учебное пособие – Изд.3-е, перераб. и дополн. – Ростов на Дону: Легион, 2014. – 256 с.
3. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. ЕГЭ 2016. Математика. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь. – М. : МЦНМО, 2016. – 64с.
4. Звавич Л. И. , Геометрия в таблицах.7-11 кл. : справочное пособие. – М. : Дрофа, 2008. – 124 с.
5. Иванов С. О. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ-2014. – Ростов на дону: Легион, 2013. – 64 с.
6. Кочагин В.В. ЕГЭ 2018. Математика: сборник заданий. – Москва: Эксмо, 2017. – 256 с.
7. Кулабухов С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Решение задач по стереометрии методом координат : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2013. – 32 с.
8. Панфёров В. Сэ, Сергеев И.Н. Отличник ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач; ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2010. – 80 с.
9. Резникова Н. М., Фридман Е. М. Математика ЕГЭ. Профильный уровень. Сечения многогранников : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2016. – 64 с.
10. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром. – М. : УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
11. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Решение задач и уравнений в целых числах. – М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
12. Сергеев И.Н. ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 301 с.
13. Сергеев И.Н. ЕГЭ 2017. Практикум по математике. Профильный уровень. – М.: Издательство «Экзамен», 2017. – 142 с.
14. Ященко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Национальное образование», 2018. – 256 с.
15. Ященко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Экзамен», 2020. – 168 с.