



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Председатель
экзаменационной комиссии

Ржонсницкая Ю.Б. 

«29» октября 2021 г.

**ПРОГРАММА
"МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ПРИКЛАДНОЙ
ИНФОРМАТИКЕ"
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ, ПРОВОДИМОГО РГГМУ
САМОСТОЯТЕЛЬНО**

для поступающих на основные образовательные программы
бакалавриата и специалитета

09.03.03 Прикладная информатика,
направленность подготовки (профиль):
"Прикладная информационные системы и технологии"

Санкт - Петербург
2021

1. Основные положения

Программа дисциплины "Математические методы и модели в прикладной информатике" предназначена для абитуриентов, поступающих на обучение по программе бакалавриата, проводимого федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Российский государственный гидрометеорологический университет» (РГГМУ).

Программа разработана на основании следующих документов.

- Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ.
- Приказ Министерства науки и высшего образования России от 30.08.2019 № 666 "Об утверждении перечня вступительных испытаний при приеме на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата и программам специалитета".
- Правило приема в РГГМУ.
- Положение об организации и проведении общеобразовательных вступительных испытаний, проводимых РГГМУ самостоятельно, а также письменных вступительных испытаний профильной направленности (СМК-ОНД-05/18).
- Ряд других локальных нормативных актов университета.

Целью вступительного экзамена по математике является объективная оценка качества подготовки абитуриентов для дальнейшего их обучения на факультетах РГГМУ.

Отбор содержания вступительного испытания по математике в 2022 г. осуществляется в соответствии с требованиями к результатам изучения школьного курса математики. Эти требования представлены в ФГОС.

В содержание вступительного испытания включены следующие разделы школьного курса математики.

Алгебра: алгебра вещественных чисел, векторная алгебра, прогрессии, решение уравнений, неравенств и алгебраических систем.

Геометрия: планиметрия и стереометрия.

Начала математического анализа: функция и её основные характеристики, простейшие элементарные функции и их свойства.

Начала дифференциального и интегрального исчисления: производная функции, её физический и геометрический смысл, свойства, основная таблица производных, неопределённый интеграл, его свойства и основная таблица производных, определённый интеграл и его основные свойства.

Введение в теорию вероятностей: алгебра событий, комбинаторика, классическое определение вероятности, простейшие задачи на вычисление вероятности.

В экзаменационной работе проверяются: знание основных математических понятий, умение корректно проводить преобразования различных математических выражений, уровень логического мышления.

Содержание заданий и их количество достаточны для проверки уровня знаний школьного курса математики, необходимого для дальнейшего успешного освоения курса высшей математики в РГГМУ.

2. Структура заданий вступительного испытания

Каждый вариант заданий вступительного испытания включает 19 заданий, которые различаются формой и уровнем сложности.

3. Продолжительность вступительного испытания

На выполнение заданий вступительного испытания отводится 3 часа (180 минут).

4. Дополнительные материалы и оборудование

Дополнительные материалы и оборудование в ходе проведения вступительного испытания по математике не используются.

5. Система оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом

Ответы на задания 1–18 оцениваются 1 баллом. Правильное выполнение задания 19 оценивается 2 баллами.

Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания.

6. Перечень тем вступительного испытания

Тема 1

I. ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА, ДЕЙСТВИЯ И ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1. Определение числовых множеств и их свойства. Множество натуральных, целых, рациональных, иррациональных чисел и действительных чисел. Простые и составные числа. Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель.

2. Действия и операции с действительными числами. Арифметические действия и их свойства. Операции сравнения и их свойства.

Модуль и его свойства. Степень. Свойства степеней с натуральным показателем. Формулы сокращённого умножения. Свойства степеней с произвольным показателем. Логарифм и логарифмическое тождество. Логарифм произведения, отношения, степени. Формула перехода к новому основанию.

II. КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

1. Базовые понятия. Одночлен. Целые и дробные выражения. Иррациональное выражение. Подобные члены.

2. Многочлены (полиномы). Степень многочлена, старший коэффициент, свободный член. Деление многочленов.

3. Алгебраические дроби. Классификация дробей. Пропорции и их свойства.

Тема 2

I. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ, ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

1. Определение функции. Область определения. Область значений. Независимая переменная. Зависимая переменная. Аргумент и функция. Простейшие элементарные и функции. Иррациональные функции. Композиции функций (сложные функции).

2. Способы задания функции. Табличный, графический, аналитический. Прямоугольная декартова система координат. График функции и его преобразование. Графики простейших элементарных функций.

3. Основные свойства функций. Область определения. Чётность, нечётность. Функции общего вида. Монотонность. Корни функции. Периодичность. Точки экстремума. Стационарные точки. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

II. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и геометрический смысл параметров этого уравнения.

III. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства и графики простейших квадратичных функций:

$$y = x^2; y = Ax^2; y = (x + B)^2; y = x^2 + C.$$

2. Формулы для нахождения корней квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Построение общей формулы корней с помощью выделения полного квадрата. Вывод формулы корней в случае чётности коэффициента b . Теорема Виета.

3. Анализ свойств квадратичной функции с помощью дискриминанта. Количество корней. Знаки функции. Координаты вершины параболы. Разложение функции на линейные множители.

IV. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

1. Свойства и график простейшей функции $y = a^x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства функций с произвольным показателем $y = a^{f(x)}$.

2. Свойства и график простейшей функции $y = \log_a x$ для $a > 1$ и $0 < a < 1$. Свойства логарифмических функций вида $y = \log_a f(x)$, где $f(x) > 0$.

V. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ И СИСТЕМ

1. Классификация уравнений, неравенств их преобразования. Алгебраические, показательные, логарифмические иррациональные, трансцендентные уравнения и неравенства. Область допустимых значений и равносильные преобразования. Преобразования уравнений, которые приводят к потере корней или приобретению посторонних корней.

2. Уравнения, неравенства и системы, содержащие параметры. Графический способ решения. Аналитический способ решения. Решение уравнений, неравенств и систем, содержащих модули и параметры.

Тема 3

I. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

1. Базовые понятия. Углы, дуги и их измерение. Основные тригонометрические величины. Обратные тригонометрические величины.

2. Основные формулы. Теоремы сложения. Формулы двойного угла. Формулы понижения степени. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование суммы и разности синусов и косинусов в произведение. Выражение синуса и косинуса через тангенс половинного угла.

II. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ

1. Формулы общих решений простейших тригонометрических уравнений.

$$\sin x = m; \cos x = m; \tan x = m; \cot x = m.$$

2. Однородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = 0; a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = 0.$$

3. Неоднородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = c; a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = d.$$

III. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

1. Определение, свойства и графики.

$$y = \sin x; y = \cos x; y = \tan x; y = \cotan x.$$

2. Определение, свойства и графики.

$$y = \arcsin x; y = \arccos x; y = \arctan x; y = \operatorname{arccot} x.$$

Тема 4

I. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И ПРОГРЕССИИ

1. Последовательность. Рекуррентные формулы. Возрастающие и убывающие последовательности.
2. Арифметическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма n последовательных членов арифметической прогрессии.
3. Геометрическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма n последовательных членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Формула вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Тема 5

I. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Основные понятия и определения. Свободный вектор, радиус-вектор, нулевой вектор. Коллинеарные векторы, компланарные векторы, противоположные векторы, сонаправленные векторы.
2. Линейные операции над векторами. Сложение векторов и умножение векторов на число, вычитание векторов. Правило треугольника, многоугольника, параллелограмма.
3. Скалярное умножение векторов. Определение и свойства. Проекция векторов. Свойства проекций.
4. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное произведение векторов в координатной форме. Условие ортогональности и коллинеарности векторов в координатной форме. Вычисление угла между векторами в координатной форме.

Тема 6

I. ПЛАНИМЕТРИЯ

1. Прямые и углы на плоскости. Классификация углов. Признаки параллельности двух прямых. Теорема Фалеса.
2. Треугольники. Классификация треугольников. Соотношения между сторонами и углами. Серединые перпендикуляры и точка их пересечения. Теорема синусов и теорема косинусов. Признаки равенства треугольников. Подобные треугольники и признаки их подобия. Замечательные линии в треугольнике: медиана, биссектриса, высота, средняя линия. Свойства медиан, биссектрис, высот и средних линий. Вписанная и описанная окружность и их радиусы. Формулы вычисления площади треугольника. Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник, прямоугольный треугольник и их свойства.
3. Четырёхугольники. Классификация четырёхугольников. Свойства произвольного четырёхугольника. Теорема Птолемея. Параллелограмм, свойства и формулы вычисления его площади. Ромб, его свойства, формулы вычисления его площади. Трапеция и её

элементы: боковые стороны, основания, средняя линия, высота, диагонали. Свойства трапеции. Формула вычисления площади трапеции.

5. Окружность и круг. Прямые и отрезки, связанные с окружностью: хорда, секущая, касательная, диаметр, радиус. Углы, связанные с окружностью: центральный угол, вписанный угол. Свойства этих углов. Углы между хордами, касательными и секущими. Свойства хорд. Соотношения между длинами хорд, отрезками касательных и секущих. Длина дуги и окружности. Площадь круга, сегмента и сектора.

Тема 7

I. СТЕРЕОМЕТРИЯ

1. Прямые и плоскости в пространстве. Основные аксиомы стереометрии. Способы задания прямой. Перпендикуляр, наклонные и их свойства. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, угол между плоскостями.

2. Многогранники. Призма и её элементы. Прямая и наклонная призмы. Площадь поверхности и объём призмы. Параллелепипед: прямой и прямоугольный. Куб. Пирамида: правильная и усечённая. Площадь поверхности и объём произвольной пирамиды.

3. Тела вращения. Цилиндр (прямой, круговой). Конус (прямой, круговой). Усечённый конус. Элементы цилиндра и конуса. Площадь поверхности и объём тел вращения. Сфера и шар. Шаровой сектор и шаровой сегмент. Площади и объёмы шара, сектора и сегмента.

Тема 8

I. ПОНЯТИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

1. Определение производной функции в точке x_0 . Физический и геометрический смысл производной. Производная как число и производная как функция.

2. Основные свойства производных. Аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения двух функций. Простейшая таблица производных.

3. Исследование функций с помощью производных. Интервалы монотонности функции и знаки её производной первого порядка. Определение точки максимума и точки минимума функции. Точки экстремума и стационарные точки. Достаточный признак существования точки максимума или минимума. Вычисление локального максимума и локального минимума. Теорема о наибольшем и наименьшем значениях функции, заданной в замкнутой области.

Тема 9

I. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Алгебра событий. Элементарное событие. Достоверные и невозможные события. Случайные события и их классификация: независимые и зависимые, совместные и несовместные, равновозможные, противоположные. Полная группа событий. Равенство событий. Сумма (объединение) событий. Произведение (пересечение) событий.

2. Комбинаторика. Соединения: перестановки, размещения, сочетания. Формулы для вычисления числа перестановок, размещений и сочетаний.

3. Вероятность. Классическое определение вероятности. Применение комбинаторики для вычисления вероятности Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Вариант вступительного испытания по математике в 2021 году

ВАРИАНТ № 1 2021 г.

1. Упростите выражение

$$\frac{a^3 + 8b^3}{a + 2b} - \frac{a^3 - 8b^3}{a - 2b}.$$

2. Вычислите

$$\frac{\sin 70^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 40^\circ}.$$

3. Вычислите.

$$\log_9 4 - \log_3 18.$$

4. Вычислите.

$$2^{\log_4 3 + \log_4 27}.$$

5. Найдите число D , если $D + 2$ составляет 60% от числа $D + 4$.

6. Решите уравнение

$$(x^2 - 4)\sqrt{1 - x} = 0.$$

7. Решите уравнение

$$\log_2 \left(\frac{x - 5}{x + 5} \right) + \log_2 (x^2 - 25) = 0$$

8. Решите уравнение

$$4^x + 2^{x+2} = 12.$$

9. Решите уравнение

$$\sin 2x = 2\sqrt{3} \cos 2x.$$

10. Решите неравенство

$$\log_{(x^2 - 2x + 1)}(3 - x) \leq 1.$$

11. Решите неравенство

$$(x^3 - 1)(x^4 - 1) \leq 0.$$

12. Решите неравенство

$$4 \cdot 2^{x+4} > 2^{-x}.$$

13. Решите систему

$$\begin{cases} \sqrt{x} + xy = -3, \\ x\sqrt{x} + xy = -3. \end{cases}$$

14. Найдите знаменатель геометрической прогрессии $q > 0$, если её первый член $b_1 = -54$, а произведение $b_2 \cdot b_4 = 36$.

15. Известно, что сумма двух целых чисел равна 1244. Если к первому числу приписать справа цифру 3, а во втором числе отбросить последнюю цифру 2, то полученные числа будут равны. Найдите эти числа.

16. В основании прямой призмы лежит ромб со стороной $a = 2$ и острым углом $\beta = 60^\circ$. Большая диагональ призмы равна $d = \sqrt{15}$. Найдите объём призмы.

17. Моторная лодка прошла по реке $139\frac{1}{3}$ км и вернулась обратно. Время такой прогулки составило 20 часов. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде равна 15 км/ч .

18. При каких значениях параметра a неравенство

$$\frac{x^2 - ax - 2}{x^2 - 3x + 4} > -1$$

выполнено при любых значениях x ?

19. Задана функция

$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 3x + 1).$$

Решите уравнение

$$f'(x) = 2f(x).$$

ОТВЕТЫ В ВАРИАНТЕ № 1

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
$-4ab$	1	-2	9	1	2	6	1	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$ $x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$	$(-\infty; -1) \cup (0; 2) \cup (2; 3)$
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>-----</u>
$(-\infty; -1] \cup \{1\}$	$(3; +\infty)$	$\{1; -4\}$	$\frac{1}{3}$	12 и 1232	6	4 КМ/Ч	$-7 < a < 1$	$\left\{0; -\frac{7}{3}\right\}$	<u>-----</u>

7. Список литературы для подготовки к вступительному экзамену

1. Битнер В.А. Краткий курс школьной математики. – СПб.: Питер, 2007. – 416 с. ил.
2. Вольфсон Б.И. Геометрия. Подготовка к ЕГЭ ГИА-9. Учимся решать задачи и повторяем теорию: учебное пособие – Изд.3-е, перераб. и дополн. – Ростов на Дону: Легион, 2014. – 256 с.
3. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. ЕГЭ 2016. Математика. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь. – М. : МЦНМО, 2016. – 64с.
4. Звавич Л. И. , Геометрия в таблицах.7-11 кл. : справочное пособие. – М. : Дрофа, 2008. – 124 с.
5. Иванов С. О. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ-2014. – Ростов на дону: Легион, 2013. – 64 с.
6. Кочагин В.В. ЕГЭ 2018. Математика: сборник заданий. – Москва: Эксмо, 2017. – 256 с.
7. Кулабухов С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Решение задач по стереометрии методом координат : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2013. – 32 с.
8. Панфёров В. Сэ, Сергеев И.Н. Отличник ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач; ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2010. – 80 с.
9. Резникова Н. М., Фридман Е. М. Математика ЕГЭ. Профильный уровень. Сечения многогранников : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2016. – 64 с.
10. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром. – М. : УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
11. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Решение задач и уравнений в целых числах. – М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
12. Сергеев И.Н. ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 301 с.
13. Сергеев И.Н. ЕГЭ 2017. Практикум по математике. Профильный уровень. – М.: Издательство «Экзамен», 2017. – 142 с.
14. Ященко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Национальное образование», 2018. – 256 с.
15. Ященко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Экзамен», 2020. – 168 с.