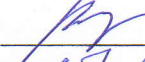




Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ  
Председатель  
экзаменационной комиссии

Петрова В.В.   
«09» октября 2021 г.

## ПРОГРАММА

### "МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В НАУКАХ О ЗЕМЛЕ" ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ, ПРОВОДИМОГО РГГМУ САМОСТОЯТЕЛЬНО

для поступающих на основные образовательные программы  
бакалавриата и специалитета

05.03.04. Гидрометеорология  
Направленность подготовки (профиль): "Метеорология"

Санкт - Петербург  
2021

## 1. Основные положения

Программа дисциплины "Математические методы и модели в науках о земле» предназначена для абитуриентов, поступающих на обучение по программе бакалавриата, проводимого федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Российский государственный гидрометеорологический университет» (РГГМУ).

Программа разработана на основании следующих документов.

- Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ.
- Приказ Министерства науки и высшего образования России от 30.08.2019 № 666 "Об утверждении перечня вступительных испытаний при приеме на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата и программам специалитета".
- Правило приема в РГГМУ.
- Положение об организации и проведении общеобразовательных вступительных испытаний, проводимых РГГМУ самостоятельно, а также письменных вступительных испытаний профильной направленности (СМК-ОНД-05/18).
- Ряд других локальных нормативных актов университета.

Целью вступительного экзамена по математике является объективная оценка качества подготовки абитуриентов для дальнейшего их обучения на факультетах РГГМУ.

Отбор содержания вступительного испытания по математике в 2022 г. осуществляется в соответствии с требованиями к результатам изучения курса математики на базе среднего профессионального образования и направлением подготовки, реализуемым в РГГМУ. В содержание вступительного испытания включены следующие разделы курса математики.

В содержание вступительного испытания включены следующие разделы школьного курса математики.

Алгебра: алгебра вещественных чисел, векторная алгебра, прогрессии, решение уравнений, неравенств и алгебраических систем.

Геометрия: планиметрия и стереометрия.

Начала математического анализа: функция и её основные характеристики, простейшие элементарные функции и их свойства.

Начала дифференциального и интегрального исчисления: производная функции, её физический и геометрический смысл, свойства, основная таблица производных, неопределённый интеграл, его свойства и основная таблица производных, определённый интеграл и его основные свойства.

Введение в теорию вероятностей: алгебра событий, комбинаторика, классическое определение вероятности, простейшие задачи на вычисление вероятности.

В экзаменационной работе проверяются: знание основных математических понятий, умение корректно проводить преобразования различных математических выражений, уровень логического мышления.

Содержание заданий и их количество достаточны для проверки уровня знаний школьного курса математики, необходимого для дальнейшего успешного освоения курса высшей математики в РГГМУ.

## 2. Структура заданий вступительного испытания

Каждый вариант заданий вступительного испытания включает 19 заданий, которые различаются формой и уровнем сложности. Метеорология непосредственно связана с изучением движения атмосферы Земли. Математическими моделями этого движения являются различные дифференциальные уравнения. Поэтому в экзаменационных заданиях есть примеры на производные.

### **3. Продолжительность вступительного испытания**

На выполнение заданий вступительного испытания отводится 3 часа (180 минут).

### **4. Дополнительные материалы и оборудование**

Дополнительные материалы и оборудование в ходе проведения вступительного испытания по математике не используются.

### **5. Система оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом**

Ответы на задания 1–18 оцениваются 1 баллом. Правильное выполнение задания 19 оценивается 2 баллами.

Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания.

### **6. Перечень тем вступительного испытания**

#### **Тема 1**

#### **I. ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА, ДЕЙСТВИЯ И ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

1. Определение числовых множеств и их свойства. Множество натуральных, целых, рациональных, иррациональных чисел и действительных чисел. Простые и составные числа. Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель.

2. Действия и операции с действительными числами. Арифметические действия и их свойства. Операции сравнения и их свойства.

Модуль и его свойства. Степень. Свойства степеней с натуральным показателем. Формулы сокращённого умножения. Свойства степеней с произвольным показателем. Логарифм и логарифмическое тождество. Логарифм произведения, отношения, степени. Формула перехода к новому основанию.

#### **II. КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ**

1. Базовые понятия. Одночлен. Целые и дробное выражения. Иррациональное выражение. Подобные члены.

2. Многочлены (полиномы). Степень многочлена, старший коэффициент, свободный член. Деление многочленов.

3. Алгебраические дроби. Классификация дробей. Пропорции и их свойства.

#### **Тема 2**

#### **I. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ, ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

1. Определение функции. Область определения. Область значений. Независимая переменная. Зависимая переменная. Аргумент и функция. Простейшие элементарные и функции. Иррациональные функции. Композиции функций (сложные функции).

2. Способы задания функции. Табличный, графический, аналитический. Прямоугольная декартова система координат. График функции и его преобразование. Графики простейших элементарных функций.

3. Основные свойства функций. Область определения. Чётность, нечётность. Функции общего вида. Монотонность. Корни функции. Периодичность. Точки экстремума. Стационарные точки. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

## II. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и геометрический смысл параметров этого уравнения.

## III. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Свойства и графики простейших квадратичных функций:

$$y = x^2; y = Ax^2; y = (x + B)^2; y = x^2 + C.$$

2. Формулы для нахождения корней квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Построение общей формулы корней с помощью выделения полного квадрата. Вывод формулы корней в случае чётности коэффициента  $b$ . Теорема Виета.

3. Анализ свойств квадратичной функции с помощью дискриминанта. Количество корней. Знаки функции. Координаты вершины параболы. Разложение функции на линейные множители.

## IV. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

1. Свойства и график простейшей функции  $y = a^x$  для  $a > 1$  и  $0 < a < 1$ . Свойства функций с произвольным показателем  $y = a^{f(x)}$ .

2. Свойства и график простейшей функции  $y = \log_a x$  для  $a > 1$  и  $0 < a < 1$ . Свойства логарифмических функций вида  $y = \log_a f(x)$ , где  $f(x) > 0$ .

## V. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ И СИСТЕМ

1. Классификация уравнений, неравенств, их преобразования. Алгебраические, показательные, логарифмические иррациональные, трансцендентные уравнения и неравенства. Область допустимых значений и равносильные преобразования. Преобразования уравнений, которые приводят к потере корней или приобретению посторонних корней.

2. Уравнения, неравенства и системы, содержащие параметры. Графический способ решения. Аналитический способ решения. Решение уравнений, неравенств и систем, содержащих модули и параметры.

### Тема 3

## I. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

1. Базовые понятия. Углы, дуги и их измерение. Основные тригонометрические величины. Обратные тригонометрические величины.

2. Основные формулы. Теоремы сложения. Формулы двойного угла. Формулы понижения степени. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование суммы и разности синусов и косинусов в произведение. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Выражение синуса и косинуса через тангенс половинного угла.

## II. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ

1. Формулы общих решений простейших тригонометрических уравнений.

$$\sin x = m; \cos x = m; \tan x = m; \cot x = m.$$

2. Однородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = 0; a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = 0.$$

### 3. Неоднородные уравнения первого и второго порядков.

$$a \sin x + b \cos x = c; \quad a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = d.$$

## III. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

### 1. Определение, свойства и графики.

$$y = \sin x; \quad y = \cos x; \quad y = \tan x; \quad y = \cot x.$$

### 2. Определение, свойства и графики.

$$y = \arcsin x; \quad y = \arccos x; \quad y = \arctan x; \quad y = \operatorname{arccot} x.$$

## Тема 4

### I. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И ПРОГРЕССИИ

1. Последовательность. Рекуррентные формулы. Возрастающие и убывающие последовательности.
2. Арифметическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма  $n$  последовательных членов арифметической прогрессии.
3. Геометрическая прогрессия. Определение и основные свойства. Формула общего члена. Сумма  $n$  последовательных членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Формула вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

## Тема 5

### I. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Основные понятия и определения. Свободный вектор, радиус-вектор, нулевой вектор. Коллинеарные векторы, компланарные векторы, противоположные векторы, сонаправленные векторы.
2. Линейные операции над векторами. Сложение векторов и умножение векторов на число, вычитание векторов. Правило треугольника, многоугольника, параллелограмма.
3. Скалярное умножение векторов. Определение и свойства. Проекция векторов. Свойства проекций.
4. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное произведение векторов в координатной форме. Условие ортогональности и коллинеарности векторов в координатной форме. Вычисление угла между векторами в координатной форме.

## Тема 6

### I. ПЛАНИМЕТРИЯ

1. Прямые и углы на плоскости. Классификация углов. Признаки параллельности двух прямых. Теорема Фалеса.
2. Треугольники. Классификация треугольников. Соотношения между сторонами и углами. Середины перпендикуляры и точка их пересечения. Теорема синусов и теорема косинусов. Признаки равенства треугольников. Подобные треугольники и признаки их подобия.  
Замечательные линии в треугольнике: медиана, биссектриса, высота, средняя линия. Свойства медиан, биссектрис, высот и средних линий. Вписанная и описанная окружность и их радиусы. Формулы вычисления площади треугольника.  
Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник, прямоугольный треугольник и их свойства.

3. Четырёхугольники. Классификация четырёхугольников. Свойства произвольного четырёхугольника. Теорема Птолея. Параллелограмм, свойства и формулы вычисления его площади. Ромб, его свойства, формулы вычисления его площади. Трапеция и её элементы: боковые стороны, основания, средняя линия, высота, диагонали. Свойства трапеции. Формула вычисления площади трапеции.

5. Окружность и круг. Прямые и отрезки, связанные с окружностью: хорда, секущая, касательная, диаметр, радиус. Углы, связанные с окружностью: центральный угол, вписанный угол. Свойства этих углов. Углы между хордами, касательными и секущими. Свойства хорд. Соотношения между длинами хорд, отрезками касательных и секущих. Длина дуги и окружности. Площадь круга, сегмента и сектора.

## Тема 7

### I. СТЕРЕОМЕТРИЯ

1. Прямые и плоскости в пространстве. Основные аксиомы стереометрии. Способы задания прямой. Перпендикуляр, наклонные и их свойства. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, угол между плоскостями.

2. Многогранники. Призма и её элементы. Прямая и наклонная призмы. Площадь поверхности и объём призмы. Параллелепипед: прямой и прямоугольный. Куб. Пирамида: правильная и усечённая. Площадь поверхности и объём произвольной пирамиды.

3. Тела вращения. Цилиндр (прямой, круговой). Конус (прямой, круговой). Усечённый конус. Элементы цилиндра и конуса. Площадь поверхности и объём тел вращения. Сфера и шар. Шаровой сектор и шаровой сегмент. Площади и объёмы шара, сектора и сегмента.

## Тема 8

### I. ПРОИЗВОДНАЯ И ИНТЕГРАЛ

1. Определение производной функции в точке  $x_0$ . Физический и геометрический смысл производной. Производная как число и производная как функция.

2. Основные свойства производных. Аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения двух функций. Простейшая таблица производных.

3. Исследование функций с помощью производных. Интервалы монотонности функции и знаки её производной первого порядка. Определение точки максимума и точки минимума функции. Точки экстремума и стационарные точки. Достаточный признак существования точки максимума или минимума. Вычисление локального максимума и локального минимума. Теорема о наибольшем и наименьшем значениях функции, заданной в замкнутой области.

4. Первообразная и неопределённый интеграл. Основные свойства. Простейшие способы интегрирования. Понятие определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Приложение определённого интеграла в естествознании.

## Тема 9

### I. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Алгебра событий. Элементарное событие. Достоверные и невозможные события. Случайные события и их классификация: независимые и зависимые, совместные и несовместные, равновозможные, противоположные. Полная группа событий. Равенство событий. Сумма (объединение) событий. Произведение (пересечение) событий.

2. Комбинаторика. Соединения: перестановки, размещения, сочетания. Формулы для вычисления числа перестановок, размещений и сочетаний.

3. Вероятность. Классическое определение вероятности. Применение комбинаторики для вычисления вероятности Теоремы сложения и умножения вероятностей.

**Вариант вступительного испытания по математике в 2021 году**

**ВАРИАНТ № 1 2021 г.**

1. Упростите выражение

$$\frac{a^3 + 8b^3}{a + 2b} - \frac{a^3 - 8b^3}{a - 2b}.$$

2. Вычислите

$$\frac{\sin 70^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 40^\circ}.$$

3. Вычислите.

$$\log_9 4 - \log_3 18.$$

4. Вычислите.

$$2^{\log_4 3 + \log_4 27}.$$

5. Найдите число  $D$ , если  $D + 2$  составляет 60% от числа  $D + 4$ .

6. Решите уравнение

$$(x^2 - 4)\sqrt{1 - x} = 0.$$

7. Решите уравнение

$$\log_8(8 - x^3) = \log_2(2 - x).$$

8. Решите уравнение

$$4^x + 2^{x+2} = 12.$$

9. Решите уравнение

$$\tan x = -\sqrt{2} \cos x.$$

10. Решите неравенство

$$\log_3(x^2 - 3) > \log_3(x + 3).$$

11. Решите неравенство

$$(x^3 - 1)(x^4 - 1) \leq 0.$$

12. Решите неравенство

$$4 \cdot 2^{x+4} > 2^{-x}.$$

13. Решите систему

$$\begin{cases} \sqrt{x} + xy = -3, \\ x\sqrt{x} + xy = -3. \end{cases}$$

14. Найдите знаменатель геометрической прогрессии  $q > 0$ , если её первый член  $b_1 = -54$ , а произведение  $b_2 \cdot b_4 = 36$ .

15. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого  $S = 2$ , диагональ  $d = 2\sqrt{3}$ .

16. В основании прямой призмы лежит ромб со стороной  $a = 2$  и острым углом  $\beta = 60^\circ$ . Большая диагональ призмы равна  $d = \sqrt{15}$ . Найдите объём призмы.

17. Найдите угловой коэффициент касательной к кривой

$$y = 5 - 3x^2$$

в точке с абсциссой  $x = -1$ .

18. Задана функция

$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 3x + 1).$$

Решите уравнение

$$f'(x) = 2f(x).$$

19. Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$px^2 - 2x + p = 0$$

имеет только один корень.

### ОТВЕТЫ К ВАРИАНТУ № 1

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
$-4ab$	1	-2	9	1	2	-1	1	$\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$	$(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>-----</u>
$(-\infty; -1] \cup \{1\}$	$(3; +\infty)$	$\{1; -4\}$	$\frac{1}{3}$	8	6	12	$\{0; -\frac{7}{3}\}$	$\{0; \pm 1\}$	<u>-----</u>



## 7. Список литературы для подготовки к вступительному экзамену

1. Битнер В.А. Краткий курс школьной математики. – СПб.: Питер, 2007. – 416 с. ил.
2. Вольфсон Б.И. Геометрия. Подготовка к ЕГЭ ГИА-9. Учимся решать задачи и повторяем теорию: учебное пособие – Изд.3-е, перераб. и дополн. – Ростов на Дону: Легион, 2014. – 256 с.
3. Высоцкий И.Р., Яценко И.В. ЕГЭ 2016. Математика. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь. – М. : МЦНМО, 2016. – 64с.
4. Звавич Л. И. , Геометрия в таблицах.7-11 кл. : справочное пособие. – М. : Дрофа, 2008. – 124 с.
5. Иванов С. О. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ-2014. – Ростов на дону: Легион, 2013. – 64 с.
6. Кочагин В.В. ЕГЭ 2018. Математика: сборник заданий. – Москва: Эксмо, 2017. – 256 с.
7. Кулабухов С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Решение задач по стереометрии методом координат : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2013. – 32 с.
8. Панфёров В. Сэ, Сергеев И.Н. Отличник ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач; ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2010. – 80 с.
9. Резникова Н. М., Фридман Е. М. Математика ЕГЭ. Профильный уровень. Сечения многогранников : учебно-методическое пособие. – Ростов на Дону: Легион, 2016. – 64 с.
10. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром. – М. : УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
11. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Решение задач и уравнений в целых числах. – М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
12. Сергеев И.Н. ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 301 с.
13. Сергеев И.Н. ЕГЭ 2017. Практикум по математике. Профильный уровень. – М.: Издательство «Экзамен», 2017. – 142 с.
14. Яценко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Национальное образование», 2018. – 256 с.
15. Яценко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. – Издательство «Экзамен», 2020. – 168 с.