

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**
филиал ФГБОУ ВО «РГГМУ» в г. Туапсе

Кафедра «Метеорологии, экологии и природопользования»

Рабочая программа по дисциплине

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

38.03.01 «Экономика»

Направленность (профиль):

Экономика и управления на предприятии природопользования

Уровень:

Бакалавриат

Форма обучения

Очная/очно-заочная/заочная

Год набора 2021

Согласовано
Руководитель ОПОП
«Экономика»


_____ Майборода Е.В.

Утверждаю

Директор филиала ФГБОУ

ВО «РГГМУ» в г. Туапсе


_____ Олейников С.А.

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры
14 июня 2023 г., протокол № 9

Зав. кафедрой


_____ Цай С.Н.

Авторы-разработчики:


_____ Минасян А.Г.

Туапсе 2023

Рассмотрена и рекомендована к использованию в учебном процессе на 2023/2024 учебный год без изменений*

Протокол заседания кафедры №9 от 14 июня 2023 г

Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на ____/____ учебный год с изменениями (см. лист изменений)**

Протокол заседания кафедры _____ от __.__.20__ №__

*Заполняется при ежегодном пересмотре программы, если в неё не внесены изменения

** Заполняется при ежегодном пересмотре программы, если в неё внесены изменения

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины «Линейная алгебра»:

- формирование знаний по линейной алгебре необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня алгебраической подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин

Задачи дисциплины:

- изучение основных понятий и методов линейной алгебры;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать алгебраический аппарат для решения теоретических и прикладных задач в математике и экономике

Компетентностный подход предполагает овладение базовым набором знаний, умений и практических навыков, необходимых для понимания основ линейной алгебры и матричного анализа.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» для направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Экономика и управление на предприятии природопользования» относится к дисциплинам обязательной части блока 1 дисциплин рабочего учебного плана.

Предметом изучения дисциплины «Линейная алгебра» состоит в теоретическом и практическом ознакомлении с основными методами и инструментарием линейной алгебры.

Дисциплина «Линейная алгебра» изучается:

- в 1 семестре - очная форма обучения;
- в 1 семестре - очно-заочная форма обучения;
- на 1 курсе - заочная форма обучения,

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания школьного курса математики и служит основой для освоения дисциплин «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика».

3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенции УК-1.2; УК-1.3; ОПК-2.5

Таблица 1

Универсальная компетенция

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.	Знать: основные понятия и теоремы матриц и определителей; методы решения систем линейных уравнений Уметь: применять методы линейной алгебры теоретического и экспериментального исследования, для решения экономических задач; применять методы математического моделирования для решения экономических задач

		Владеть: навыками ранжирования и поиска информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.
--	--	--

Таблица 1.1

Общепрофессиональная компетенция

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции	Результаты обучения
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и систематический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.5 использует базовые знания в области фундаментальных разделов математики при реализации профессиональных задач.	Знать: методики работы с данными для проведения структурного, динамического, сравнительного анализа при решении экономических задач Уметь: строить теоретические и эконометрические модели, анализировать полученные результаты Владеть: методами количественного и качественного анализа информации для построения экономических, финансовых моделей при решении экономических задач

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

Таблица 2

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах

Объем дисциплины	Количество часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Объем дисциплины	108	108	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:	42	28	12
в том числе:			
лекции	14	14	4
занятия семинарского типа:			
практические занятия	28	14	8
лабораторные занятия			
Самостоятельная работа (далее – СРС) – всего:	66	80	96
в том числе:			
курсовая работа			
Вид промежуточной аттестации	Экзамен		

4.2. Структура дисциплины

Таблица 3

Структура дисциплины для очной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
	1. Матрицы и определители							
1	1.1 Матрицы	1	1	2	5	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
2	1.2 Определители квадратных матриц	1	1	2	5	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
3	1.3 Обратная матрица. Ранг матрицы.	1	1	2	5	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	2. Системы линейных уравнений							
4	2.1 Методы решений систем линейных уравнений.	1	1	2	5	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
5	2.2 Система m линейных уравнений с n переменными	1	1	2	5	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	3. Балансовый анализ							
6	3.1 Постановка задачи межотраслевого баланса	1	2	4	5	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
7	3.2 Критерии продуктивности технологической матрицы. Экономический смысл матрицы полных затрат	1	2	4	6	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	4. Матричный анализ							
8	4.1 Линейное пространство	1	1	2	6	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
9	4.2 Евклидово пространство. Линейные операторы. Квадратичная форма	1	1	2	6	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	5. Аналитическая геометрия							
10	5.1 Аналитическая геометрия на плоскости	1	1	2	6	Практическая работа	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3

						Тест		ОПК-2.5
11	5.2 Аналитическая геометрия в пространстве	1	1	2	6	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	6. Комплексные числа							
12	6.1 Комплексные числа	1	1	2	6	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	ИТОГО	-	14	28	66	-	-	-

Таблица 4

Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
	1. Матрицы и определители							
1	1.1 Матрицы	1	1	1	7	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
2	1.2 Определители квадратных матриц	1	1	1	7	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
3	1.3 Обратная матрица. Ранг матрицы.	1	1	1	7	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	2. Системы линейных уравнений							
4	2.1 Методы решений систем линейных уравнений.	1	1	1	7	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
5	2.2 Система m линейных уравнений с n переменными	1	1	1	7	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	3. Балансовый анализ							
6	3.1 Постановка задачи межотраслевого баланса	1	2	2	7	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
7	3.2 Критерии продуктивности технологической матрицы. Экономический смысл матрицы полных затрат	1	2	2	7	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	4. Матричный анализ							

8	4.1 Линейное пространство	1	1	1	7	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
9	4.2 Евклидово пространство. Линейные операторы. Квадратичная форма	1	1	1	6	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	5. Аналитическая геометрия							
10	5.1 Аналитическая геометрия на плоскости	1	1	1	6	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
11	5.2 Аналитическая геометрия в пространстве	1	1	1	6	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	6. Комплексные числа							
12	6.1 Комплексные числа	1	1	1	6	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	ИТОГО	-	14	14	80	-	-	-

Таблица 5

Структура дисциплины для заочной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Курс	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
	1. Матрицы и определители	1	0,5	1	24			
1	1.1 Матрицы	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
2	1.2 Определители квадратных матриц	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
3	1.3 Обратная матрица. Ранг матрицы.	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	2. Системы линейных уравнений	1	0,5	1	16			
4	2.1 Методы решений систем линейных уравнений.	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
5	2.2 Система m линейных уравнений с n переменными	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	3. Балансовый анализ	1	0,5	1	16			

6	3.1 Постановка задачи межотраслевого баланса	1			8	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
7	3.2 Критерии продуктивности технологической матрицы. Экономический смысл матрицы полных затрат	1			8	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	4. Матричный анализ	1	0,5	1	16			
8	4.1 Линейное пространство	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
9	4.2 Евклидово пространство. Линейные операторы. Квадратичная форма	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	5. Аналитическая геометрия	1	1	2	16			
10	5.1 Аналитическая геометрия на плоскости	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
11	5.2 Аналитическая геометрия в пространстве	1			8	Практическая работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	6. Комплексные числа	1	1	2	8			
12	6.1 Комплексные числа	1			8	Контрольная работа Тест	УК-1 ОПК-2	УК-1.2 УК-1.3 ОПК-2.5
	ИТОГО	-	4	8	96	-	-	-

4.3. Содержание разделов/тем дисциплины

1. Матрицы и определители

1.1 Матрицы.

Основные определения. Действия над матрицами и их свойства. Применение матриц при решении экономических задач. Числовые характеристики квадратных матриц.

1.2 Определители квадратных матриц.

Свойства определителей

1.3 Обратная матрица. Ранг матрицы.

Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы

2. Системы линейных уравнений

2.1 Методы решений систем линейных уравнений.

Основные понятия. Критерий совместности неоднородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Правило отыскания решений общей системы линейных уравнений. Нахождение решений произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Критерий нетривиальной совместности однородной системы линейных уравнений. Свойства решений.

2.2 Система m линейных уравнений с n переменными

Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

3. Балансовый анализ

3.1 Постановка задачи межотраслевого баланса.

Основная задача межотраслевого баланса

3.2 Критерии продуктивности технологической матрицы. Экономический смысл матрицы полных затрат.

Экономический смысл матрицы полных затрат. Применение модели Леонтьева.

4. Матричный анализ

4.1 Линейное пространство.

Системы координат. Понятие вектора. Основные определения. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки.

Координаты суммы векторов и произведение вектора на число. Условие коллинеарности двух векторов. Длина вектора. Расстояние между двумя точками.

Скалярное произведение двух векторов. Основные свойства. Выражение скалярного произведения через прямоугольные координаты. Векторное произведение двух векторов.

4.2 Евклидово пространство. Линейные операторы. Квадратичная форма

Понятие линейного пространства. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства. Понятие линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Модель международной торговли.

5. Аналитическая геометрия.

5.1 Аналитическая геометрия на плоскости

Уравнение прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения прямых. Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола. Определение вида кривой по уравнению.

5.2 Аналитическая геометрия в пространстве

Плоскости в пространстве. Уравнение плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости. Расстояние точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

6. Комплексные числа

6.1 Комплексные числа

Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Основная теорема алгебры. Разложение на множители многочлена с вещественными коэффициентами.

4.4. Содержание занятий семинарского типа

Таблица 6

Содержание практических занятий для очной формы обучения

№ раздела/темы дисциплины	Тематика практических занятий	Всего часов
1	1. Матрицы и определители	
1.1	1.1 Матрицы	2
1.2	1.2 Определители квадратных матриц	2
1.3	1.3 Обратная матрица. Ранг матрицы.	2
2	2. Системы линейных уравнений	
2.1	2.1 Методы решений систем линейных уравнений.	2
2.2	2.2 Система m линейных уравнений с n переменными	2

3	3. Балансовый анализ	
3.1	3.1 Постановка задачи межотраслевого баланса	4
3.2	3.2 Критерии продуктивности технологической матрицы. Экономический смысл матрицы полных затрат	4
4	4. Матричный анализ	
4.1	4.1 Линейное пространство	2
4.2	4.2 Евклидово пространство. Линейные операторы. Квадратичная форма	2
5	5. Аналитическая геометрия	
5.1	5.1 Аналитическая геометрия на плоскости	2
5.2	5.2 Аналитическая геометрия в пространстве	2
6	6. Комплексные числа	
6.1	6.1 Комплексные числа	2

Таблица 7

Содержание практических занятий для очно-заочной формы обучения

№ раздела/темы дисциплины	Тематика практических занятий	Всего часов
1	1. Матрицы и определители	
1.1	1.1 Матрицы	1
1.2	1.2 Определители квадратных матриц	1
1.3	1.3 Обратная матрица. Ранг матрицы.	1
2	2. Системы линейных уравнений	
2.1	2.1 Методы решений систем линейных уравнений.	1
2.2	2.2 Система m линейных уравнений с n переменными	1
3	3. Балансовый анализ	
3.1	3.1 Постановка задачи межотраслевого баланса	2
3.2	3.2 Критерии продуктивности технологической матрицы. Экономический смысл матрицы полных затрат	2
4	4. Матричный анализ	
4.1	4.1 Линейное пространство	1
4.2	4.2 Евклидово пространство. Линейные операторы. Квадратичная форма	1
5	5. Аналитическая геометрия	
5.1	5.1 Аналитическая геометрия на плоскости	1
5.2	5.2 Аналитическая геометрия в пространстве	1
6	6. Комплексные числа	
6.1	6.1 Комплексные числа	1

Содержание практических занятий для заочной формы обучения

№ раздела/темы дисциплины	Тематика практических занятий	Всего часов
1	1. Матрицы и определители	1
1.1	1.1 Матрицы	
1.2	1.2 Определители квадратных матриц	
1.3	1.3 Обратная матрица. Ранг матрицы.	
2	2. Системы линейных уравнений	1
2.1	2.1 Методы решений систем линейных уравнений.	
2.2	2.2 Система m линейных уравнений с n переменными	
3	3. Балансовый анализ	1
3.1	3.1 Постановка задачи межотраслевого баланса	
3.2	3.2 Критерии продуктивности технологической матрицы. Экономический смысл матрицы полных затрат	
4	4. Матричный анализ	1
4.1	4.1 Линейное пространство	
4.2	4.2 Евклидово пространство. Линейные операторы. Квадратичная форма	
5	5. Аналитическая геометрия	2
5.1	5.1 Аналитическая геометрия на плоскости	
5.2	5.2 Аналитическая геометрия в пространстве	
6	6. Комплексные числа	2
6.1	6.1 Комплексные числа	

5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические материалы по дисциплине (конспект лекций, методические указания по самостоятельной работе, тесты, практические работы, презентации по темам дисциплины, размещены в moodle.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля – 70;
- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий - 10;
- максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации - 20;
- максимальное количество дополнительных баллов - 10

6.1. Текущий контроль

Типовые задания, методика выполнения и критерии оценивания текущего контроля по разделам дисциплины представлены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6.2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – экзамен

Форма проведения экзамена – устно по билету

Перечень вопросов для подготовки к экзамену:

УК-1.2; УК-1.3; ОПК-2.5

1. Матрицы (основные определения, виды матриц).
2. Действия над матрицами (сложение, вычитание матриц, умножение матрицы на число). Их свойства.
3. Действия над матрицами (умножение, транспонирование матриц). Их свойства.
4. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков.
5. Свойства определителей.
6. Дополнительный минор. Алгебраическое дополнение.
7. Вычисление определителей четвертого и выше порядков.
8. Элементарные преобразования матриц.
9. Обратная матрица, её вычисление и свойства.
10. Базисный минор матрицы.
11. Ранг матрицы. Его свойства.
12. Эквивалентные матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
13. Системы линейных алгебраических уравнений (основные понятия).
14. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.
15. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.
16. Решение произвольных систем уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
17. Элементарные преобразования систем уравнений.
18. Метод Гаусса решения линейных систем.
19. Решение системы однородных линейных уравнений.
20. Векторы (основные определения).
21. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число). Их свойства.
22. Проекция вектора на ось, свойства проекций.
23. Система координат в пространстве. Действия над векторами, заданными своими координатами.
24. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты, применение к решению задач.
25. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов, применение к решению задач.
26. Смешанное произведение векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты векторов, применение к решению задач.
28. Система координат на плоскости.
29. Приложения метода координат на плоскости (расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, площадь треугольника).
30. Линии на плоскости. Основные понятия. Способы задания линии на плоскости.
31. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Возможные частные случаи.
32. Общее уравнение прямой на плоскости. Возможные частные случаи.
33. Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту.
34. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
35. Уравнение прямой в отрезках на плоскости.
36. Уравнение прямой по точке и вектору нормали на плоскости.
37. Нормальное уравнение прямой на плоскости.
38. Основные задачи о прямой на плоскости (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, расстояние от точки до прямой).
39. Уравнение линии в пространстве. Основные понятия.
40. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
41. Общее уравнение плоскости. Возможные частные случаи.
42. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
43. Уравнение плоскости в отрезках.
44. Нормальное уравнение плоскости.
45. Основные задачи о плоскости (угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей, расстояние от точки до плоскости).
46. Параметрическое уравнение прямой в пространстве.
47. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
48. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки.
49. Общее уравнение прямой в пространстве.

50. Основные задачи о прямой в пространстве (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве).
51. Основные задачи о прямой и плоскости в пространстве (угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости).
52. Основные задачи о прямой и плоскости в пространстве (пересечение прямой с плоскостью, условие принадлежности прямой плоскости).
58. Понятие линейного векторного пространства.
59. Вектор в n -мерном пространстве.
60. Линейная зависимость и независимость векторов.
61. Свойства линейной зависимости векторов.
62. Размерность векторного пространства.
63. Базис векторного пространства.
64. Разложение вектора по базису.
65. Матрица перехода к новому базису.
66. Евклидовы пространства. Основные понятия.
67. Свойства длины вектора в евклидовом пространстве.
68. Ортонормированная система векторов.
69. Ортогональное дополнение.
70. Линейные операторы и их свойства.
71. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
72. Понятие квадратичной формы.
73. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
92. Комплексные числа. Основные понятия.
93. Геометрическое изображение комплексных чисел.
94. Формы записи комплексных чисел.
95. Действия над комплексными числами (сложение, вычитание, умножение).
96. Действия над комплексными числами (деление, возведение в степень, извлечение корня n -й степе
97. Решение квадратных уравнений в поле комплексных чисел.

Примерные задачи входящие в экзаменационный билет

1. Вычислить определитель а) по формуле Саррюса и б) путем разложения по

элементам строки:

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Даны две матрицы

Требуется найти матрицу $C = A + 4B$.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y - 4z = 12 \end{cases}$$

3. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} -x + y + 2z = 1 \\ 2x - y - 2z = 4 \\ x - 3y - z = -8 \end{cases}$$

4. обратной матрицы:

5. Вычислить обратную матрицу. Проверить.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ г) } \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \text{ д) } \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

6. Решить матричные уравнения. Проверить правильность решения:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Привести матрицу к диагональному виду.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

8. Исследовать системы линейных алгебраических уравнений (установить совместность, найти общее решение, проверить):

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 4; \end{cases} 2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_2 + 2x_3 - x_4 = -4; \end{cases} 3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2; \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1, \\ -3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 3; \end{cases} 5. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 0; \end{cases} 6. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4; \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0; \end{cases} 8. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_3 + 2x_5 = 1; \end{cases} 9. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -6; \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 4; \end{cases} 11. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 1; \end{cases} 12. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 2, \\ 2x_1 - x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$$

9. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

10. Линейное превращение в базисе

$$e: \bar{e}_1 = (8, -6, 7), \bar{e}_2 = (-16, 7, -13), \bar{e}_3 = (9, -3, 7)$$

образует матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -18 & 15 \\ -1 & -22 & 20 \\ 1 & -25 & 22 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e': e'_1 = (1, -2, 1), e'_2 = (3, -1, 2), e'_3 = (2, 1, 2)$$

11. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

12. Решить методом Жордана-Гаусса систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}$$

13. Решить с помощью теоремы Кронекера-Капелли систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

14. С помощью элементарных преобразований найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & -5 & -6 \\ -3 & 1 & -4 & -7 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

15. Известны координаты трех вершин А, В, D параллелограмма ABCD. Средствами векторной алгебры требуется найти:

1. Координаты точки С – четвертой вершины параллелограмма;
2. Найти проекции вектора АВ на вектор AD и вектора AD на вектор АВ;
3. Найти угол между диагоналями параллелограмма;
4. Найти площадь параллелограмма;
5. Найти объем пирамиды, основанием которой является $\triangle ABC$, а вершина расположена в начале координат.

$$A(3; -7; 0), B(-9; -8; -5), D(0; -3; 4)$$

16. В ортонормированном базисе заданы векторы \bar{a} и \bar{b} . Норма вектора \bar{a} равна 2,

норма вектора \bar{b} равна 3, а угол между векторами \bar{a} и \bar{b} равен $\frac{\pi}{3}$. Тогда их скалярное произведение будет равно.

17. Потребитель тратит весь свой доход на потребление двух благ А и В. В таблице приведены ежемесячные данные об объемах потребления и динамике изменения дохода

потребителя по отношению к предыдущему месяцу:

Месяц	Потребление		Доход потребителя (у.е.)
	Благо <i>A</i> (ед.)	Благо <i>B</i> (ед.)	
январь	20	45	
февраль	30	15	уменьшился на 20%
март	24	39	увеличился на 25%

Тогда отношение стоимости единицы блага *A* к стоимости единицы блага *B* равно ...

18. Данные об исполнении бюджета за отчетный период приведены в таблице, в которой заданы коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей:

Отрасль	Потребление		Конечная продукция (у.е.)
	№ 1	№ 2	
№ 1	0,20	0,10	130
№ 2	0,30	0,15	195

Тогда матрица коэффициентов полных затрат имеет вид ...

19. Найти характеристические числа и собственные векторы линейного преобразования *AA*, заданного уравнениями $x'=5x+4y, y'=8x+9y$ и $x'=5x+4y, y'=8x+9y$.

20. Найти собственные значения и собственные вектора линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей *AA*.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

21. Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; 3; -8)$

$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z}{-4} \quad \text{и} \quad \frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z-1}{5}$$

перпендикулярно двум прямым

22. Найти собственные значения и собственные векторы линейного

оператора \tilde{A} , заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} -17 & 6 \\ 6 & -22 \end{pmatrix}$.

23. Определить вид и расположение кривой второго порядка $x^2 + 4x - 2y + 10 = 0$, приведя ее уравнение к каноническому виду. Составить уравнения прямой, проходящей через фокус этой кривой и точку с ординатой, равной 5.

6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 10

Распределение баллов по видам учебной работы

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	Баллы
Посещение лекционных занятий	10
Тесты	25
Практические работы	25
Контрольные работы	20
Промежуточная аттестация	20
ИТОГО	100

Распределение дополнительных баллов

Дополнительные баллы (баллы, которые могут быть добавлены до 100)	Баллы
Участие в НИРС	5
Активность на учебных занятиях	5
ИТОГО	10

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 12

Балльная шкала итоговой оценки на экзамене

Оценка	Баллы
Отлично	85-100
Хорошо	65-84
Удовлетворительно	40-64
Неудовлетворительно	0-39

7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в Методических рекомендациях для обучающихся по освоению дисциплины «Линейная алгебра».

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

1. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учебное пособие / Б. М. Рудык. - Москва: ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010102>

2. Милевский, А. С. Линейная алгебра: конспект лекций / А. С. Милевский. - Москва: РУТ (МИИТ), 2018. - 89 с. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1896898>

Дополнительная литература:

1. Заболотский, В. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия (учебный комплекс): учебное пособие / В.С. Заболотский. — 2-е изд., стер. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 309 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-110519-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1872461>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

1. <http://highermath.ru> - сайт посвящен высшей математике для ВУЗов, а также содержит библиотеку по математике для студентов, абитуриентов и школьников.
2. <http://allsummary.ru> - Конспекты лекций по техническим, экономическим и юридическим предметам. Проект allsummary создан в помощь студентам, обучающимся в российских ВУЗах, а также всем тем, кто нуждается в дополнительном источнике знаний.

8.2. Перечень программного обеспечения

1. Операционная система Windows XP, Microsoft Office 2007
2. Программы электронных таблиц Excel
3. Текстовый редактор Word
4. Программа для создания презентаций Power Point
5. Программа распознавания текста FineReader

8.3. Перечень информационных справочных систем

1. Консультант Плюс.

8.4. Электронные библиотечные ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн- <http://elib.rshu.ru/>
2. Информация электронной библиотечной системы <http://znanium.com/>
3. Электронный каталог библиотеки РГГМУ http://lib.rshu.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=108
4. Издательство ЮРАИТ <https://biblio-online.ru/>

8.5. Перечень профессиональных баз данных

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/defaultx.asp>
2. Федеральная государственная информационная система Национальная электронная библиотека (НЭБ). <https://rusneb.ru/>
3. Мультидисциплинарная реферативная и наукометрическая база данных Scopus компании Elsevier <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic>
4. Политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных Web of Science компании Clarivate Analytics http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=F4DWwm8nvkgnH3Gu7t&preferencesSaved=

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение программы соответствует действующим санитарно-техническим и противопожарным правилам и нормам и обеспечивает проведение всех видов лекционных, практических занятий и самостоятельной работы бакалавров.

Учебный процесс обеспечен аудиториями, комплектом лицензионного программного обеспечения, доступом к электронно-библиотечным системам.

Учебная аудитория для проведения занятий практического типа - укомплектована специализированной мебелью (ученические столы, стулья, компьютерные столы), компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi), доской меловой, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями, программным обеспечением.

Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций– укомплектована специализированной мебелью (ученические столы, стулья), доской меловой, компьютером с доступом в сеть Интернет, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями.

Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации– укомплектована специализированной мебелью (ученические столы, стулья), доской меловой, компьютером с доступом в сеть Интернет, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями.

Помещение для самостоятельной работы укомплектовано специализированной мебелью (ученические столы, стулья, компьютерные столы), компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi), доской меловой, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями, программным обеспечением.

10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий