Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ филиал ФГБОУ ВО «РГГМУ» в г. Туапсе

Кафедра «Метеорологии, экологии и природопользования»

Рабочая программа дисциплины

## ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Основная профессиональная образовательная программа высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

09.03.03 «Прикладная информатика»

Направленность (профиль): **Прикладные информационные системы и технологии** 

Уровень:

Бакалавриат --

Форма обучения **Очная/заочная** 

Год набора 2021

Согласовано Руководитель ОПОП «Прикладная информатика»

Майборода Е.В.

Утверждаю

Директор филиала ФГБОУ

ВО «РГГМУ» в г. Туапсе

Олейников С.А.

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

14 июня 2023 г., протокол № 9

Зав. кафедрой

Haŭ CH

Авторы-разработчики:

Минасян А.Г.

Туапсе 2023

| Протокол заседания кафедры №9 от 14 июня 2023 г                  |      |           |
|--|------|-----------|
| учебный год без изменений*                                       |      |           |
| Рассмотрена и рекомендована к использованию в учебном процессе н | 1a 2 | 2023/2024 |

Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год с изменениями (см. лист изменений)\*\*
Протокол заседания кафедры \_\_\_\_\_ от \_\_.\_.20\_ №\_\_\_

<sup>\*</sup>Заполняется при ежегодном пересмотре программы, если в неё не внесены изменения

<sup>\*\*</sup> Заполняется при ежегодном пересмотре программы, если в неё внесены изменения

#### 1. Цель и задачи освоения дисциплины

**Цель** освоения дисциплины – приобретение фундаментальных знаний в областях высшей математики, в объеме, необходимом для решения теоретических и практических задач прикладной информатики, а также изучения специальных дисциплин.

#### Задачи:

- владение основными терминами и понятиями высшей математики;
- формирование умения строить и исследовать математические модели;
- приобретение практических навыков решения классических задач в рамках изученных разделов высшей математики.;
  - привитие навыков работы со специальной математической литературой.

## 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Высшая математика» относится к блоку Б1 обязательной части учебного плана по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, профиль Прикладные информационные системы и технологии.

Дисциплина преподаётся в 1-3 семестре очной формы обучения и на 1 и 2 курсах заочной формы обучения.

Для освоения данной дисциплины, студенты должны знать школьный курс математики.

Дисциплина «Высшая математика» является базовой для освоения дисциплин: «Физика», «Информатика и программирование», «Моделирование и статистическая обработка экспериментальных данных» и других специальных профессиональных дисциплин.

## 3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций: ОПК-1, ОПК-6

Общепрофессиональные компетенции

Таблица 1

|                      | Общепрофессиональные комі        |  |  |  |
|----------------------|----------------------------------|--|--|--|
| Код и наименование   | Код и наименование индикатора    | Результаты обучения                        |  |  |
| общепрофессионально  | достижения                       |  |  |  |
| й компетенции        | общепрофессиональной             |  |  |  |
|                      | компетенции                      |  |  |  |
| ОПК-1. Способен      | ОПК-1.1Использует положения,     | <u>Знать:</u>                              |  |  |
| применять            | законы и методы                  | <ul><li>–основные понятия высшей</li></ul> |  |  |
| естественнонаучные и | естественнонаучных дисциплин,    | математики и различные                     |  |  |
| общеинженерные       | общеинженерных знаний и          | математические инструменты                 |  |  |
| знания, методы       | математики для решения           | Уметь:                                     |  |  |
| математического      | стандартных задач в области      | – использовать основные                    |  |  |
| анализа и            | прикладной информатики.          | результаты, полученные в                   |  |  |
| моделирования,       | ОПК-1.2Обосновывает и применяет  | высшей математике для                      |  |  |
| теоретического и     | методы математического анализа и | решения задач в                            |  |  |
| экспериментального   | моделирования для решения        | профессиональной                           |  |  |
| исследования в       | профессиональных задач           | деятельности                               |  |  |
| профессиональной     | ОПК-1.3Проводит теоретические и  | Владеть:                                   |  |  |
| деятельности         | экспериментальные исследования   | –математическим аппаратом                  |  |  |
|                      | для решения задач в области      | для решения                                |  |  |
|                      | прикладной информатики.          | профессиональных задач.                    |  |  |
|                      | 1                                |  |  |  |

| ОПК-6. Способен      | ОПК-6.1Применяет методы        | <u>Знать:</u>              |
|----------------------|--------------------------------|----------------------------|
| анализировать и      | системного анализа и           | -основные понятия высшей   |
| разрабатывать        | математического моделирования  | математики и различные     |
| организационно-      | ОПК-6.2 Анализирует            | математические инструменты |
| технические и        | организационно-технические и   | Уметь:                     |
| экономические        | экономические процессы для     | – использовать основные    |
| процессы с           | выявления проблем и решения их | результаты, полученные в   |
| применением методов  | путем автоматизации процессов  | высшей математике для      |
| системного анализа и | ОПК-6.3 Описывает              | решения задач в            |
| математического      | организационно-технические и   | профессиональной           |
| моделирования        | экономические процессы по      | деятельности               |
|                      | средствам их алгоритмизации с  | Владеть:                   |
|                      | применением методов системного | -математическим            |
|                      | анализа и математического      | аппаратом для решения      |
|                      | моделирования                  | профессиональных задач.    |

## 4. Структура и содержание дисциплины

## 4.1. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 академических часа.

Таблица 2

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах

| Объём дисциплины  | Всего часов             | Всего часов               |
|---|-------------------------|---------------------------|
|   | Очная форма<br>обучения | Заочная форма<br>обучения |
| Объем дисциплины  | 432                     | 432                       |
| Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего: | 168                     | 36                        |
| в том числе:  |                         |                           |
| лекции  | 84                      | 16                        |
| занятия семинарского типа:  |                         |                           |
| практические занятия  | 84                      | 20                        |
| Самостоятельная работа (далее - CPC) – всего:   | 264                     | 396                       |
| в том числе:  |                         |                           |
| курсовая работа   | -                       | -                         |
| контрольная работа  |                         | -                         |
| Вид промежуточной аттестации  | экзамен                 | экзамен                   |

## 4.2. Структура дисциплины

Таблица 3

Структура дисциплины для очной формы обучения (1-2 семестр)

| Nº | Раздел / тема<br>дисциплины | ď       | раб<br>само | Виды учебно работы, в т.ч самостоятелы работа студентов, ча |     | Формы текущего<br>контроля<br>успеваемости | Формируемые<br>компетенции | Индикаторы<br>достижения<br>компетенций |
|----|-----------------------------|---------|-------------|---|-----|--|----------------------------|---|
|    |                             | Семестр | Лекции      | Практические<br>занятия                                     | CPC |  |                            |   |

| 1 | Определители. | 1 | 2 | 2        | 8  | Опрос,      | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|---|---------------|---|---|----------|----|-------------|----------|--------------------|
| 1 | определители. | 1 |   |          |    | контрольная | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   |               |   |   |          |    | работа.     |          | ОПК-1.3            |
|   |               |   |   |          |    | I Para and  |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.3            |
| 2 | Векторная     | 1 | 4 | 4        | 8  | Опрос       | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | алгебра.      |   |   |          |    |             | ОПК-6    | ОПК-1.2            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-1.3            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.3            |
| 3 | Векторные     | 1 | 2 | 2        | 6  | Опрос       | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | пространства. |   |   |          |    |             | ОПК-6    | ОПК-1.2            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-1.3            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.3            |
| 4 | Аналитическая | 1 | 4 | 4        | 10 | Опрос       | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | геометрия на  |   |   |          |    |             | ОПК-6    | ОПК-1.2            |
|   | плоскости.    |   |   |          |    |             |          | ОПК-1.3            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.3            |
| 5 | Аналитическая | 1 | 4 | 4        | 10 | Опрос       | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | геометрия в   |   |   |          |    |             | ОПК-6    | ОПК-1.2            |
|   | пространстве. |   |   |          |    |             |          | ОПК-1.3            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.3            |
| 6 | Алгебра       | 1 | 2 | 2        | 8  | Опрос,      | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | комплексных   |   |   |          |    | контрольная | ОПК-6    | ОПК-1.2            |
|   | чисел.        |   |   |          |    | работа      |          | ОПК-1.3            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2            |
|   |               |   |   |          |    | _           | _        | ОПК-6.3            |
| 7 | Многочлены и  | 1 | 2 | 2        | 8  | Опрос       | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | дробно        |   |   |          |    |             | ОПК-6    | ОПК-1.2            |
|   | рациональные  |   |   |          |    |             |          | ОПК-1.3            |
|   | выражения.    |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2            |
|   | 2.6           | _ | - | <u> </u> |    |             | OFFICE S | ОПК-6.3            |
| 8 | Матричная     | 1 | 2 | 2        | 8  | Опрос,      | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | алгебра.      |   |   |          |    | контрольная | ОПК-6    | ОПК-1.2            |
|   |               |   |   |          |    | работа.     |          | ОПК-1.3            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.1            |
|   |               |   |   |          |    |             |          | ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
|   |               | 1 | 4 | 4        | 10 | 0           | OFFIC 1  |                    |
| 9 | Системы       | 1 | 4 | 4        | 12 | Опрос,      | ОПК-1    | ОПК-1.1            |
|   | линейных      |   |   |          |    | контрольная | ОПК-6    | ОПК-1.2            |

|    | уравнений.   |   |    |    |    | работа.                          |                | ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3                       |
|----|--|---|----|----|----|----------------------------------|----------------|--|
| 10 | Задача на собственные значения.                                    | 1 | 2  | 2  | 10 | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
|    | ИТОГО 1 семестр  | - | 28 | 28 | 88 | -                                | -              | -  |
| 11 | Функции, классификация и свойства                                  | 2 | 2  | 2  | 4  | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 12 | Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность.               | 2 | 4  | 4  | 8  | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 13 | Производная , дифференциал, свойства и техника дифференцирова ния. | 2 | 4  | 4  | 6  | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 14 | Полное исследование функций с помощью пределов и производных       | 2 | 4  | 4  | 10 | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 15 | Неопределён -ный интеграл, свойства и техника интегрирования.      | 2 | 4  | 4  | 10 | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 16 | Определённ ый интеграл, свойства и вычисление.                     | 2 | 2  | 2  | 10 | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 17 | Геометричес кое приложение определённого                           | 2 | 2  | 2  | 8  | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3                                  |

|    | интеграла.  |   |    |    |    |                                  |                | ОПК-6.1  |
|----|---|---|----|----|----|----------------------------------|----------------|--|
|    |   |   |    |    |    |                                  |                | ОПК-6.2<br>ОПК-6.3   |
| 18 | Базовые понятия теории дифферен- циальных уравнений, решение уравнений 1-го порядка.  | 2 | 2  | 2  | 10 | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 19 | Дифференци альные уравнения 2-го порядка.   | 2 | 2  | 2  | 10 | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 20 | Решение<br>задачи Коши.   | 2 | 2  | 2  | 12 | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
|    | ИТОГО 2 семестр   | - | 28 | 28 | 88 | -                                | -              | -  |
| 21 | Числовые<br>ряды.   | 3 | 2  | 2  | 8  | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 22 | Функционал<br>ь-ные ряды и их<br>Приложения .   | 3 | 6  | 6  | 10 | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 23 | Базовые понятия теории функций 2 и 3 переменных. Частные производные и дифференциалы. | 3 | 4  | 4  | 8  | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 24 | Экстремумы функций двух переменных.   | 3 | 4  | 4  | 8  | Опрос                            | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |

| 25 | Криволиней-<br>ные интегралы. | 3 | 4  | 4  | 8  | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
|----|-------------------------------|---|----|----|----|----------------------------------|----------------|--|
| 26 | Двойные<br>интегралы          | 3 | 4  | 4  | 10 | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 27 | Тройные<br>интегралы.         | 3 | 4  | 4  | 10 | Опрос,<br>контрольная<br>работа. | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
|    | ИТОГО 3 семестр               | - | 28 | 28 | 88 |                                  | -              | -  |

Таблица 3.1

Структура дисциплины для заочной формы обучения (1-2 курс)

| Nº | Раздел / тема<br>дисциплины            |      | Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельна я работа студентов, час. |                         |     | Формы<br>текущего<br>контроля<br>успеваемости    | Формируемые<br>компетенции | Индикаторы<br>достижения<br>компетенций                        |
|----|--|------|---|-------------------------|-----|--|----------------------------|--|
|    |  | Kypc | Лекции  | Практические<br>занятия | CPC |  |                            |  |
| 1  | Определители.                          | 1    | 1   | 1                       | 12  | Решение практических заданий Практическая работа | ОПК-1<br>ОПК-6             | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 2  | Векторная<br>алгебра.                  | 1    | 1   |                         | 14  | Самоконтроль, конспект                           | ОПК-1<br>ОПК-6             | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 3  | Линейные<br>векторные<br>пространства. | 1    | 9   |                         | 14  | Самоконтроль,<br>конспект                        | ОПК-1<br>ОПК-6             | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1                       |

|    |               | I | I  | 1 |    |               |       | T       |
|----|---------------|---|----|---|----|---------------|-------|---------|
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 4  | Аналитическая | 1 | 1  | 1 | 14 | Решение       | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | геометрия на  |   |    |   |    | практических  | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    | плоскости.    |   |    |   |    | заданий       |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    | Практическая  |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    | работа        |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 5  | Аналитическая | 1 |    |   | 14 | Самоконтроль, | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | геометрия в   |   |    |   |    | конспект      | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    | пространстве. |   |    |   |    |               |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 6  | Алгебра       | 1 | -  | 1 | 14 | Практическая  | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | комплексных   |   |    |   |    | работа        | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    | чисел.        |   |    |   |    |               |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 7  | Многочлены и  | 1 | 1  | - | 14 | Решение       | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | рациональные  |   |    |   |    | практических  | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    | дроби.        |   |    |   |    | заданий       |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 8  | Матричная     | 1 | 1  | 1 | 12 | Решение       | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | алгебра.      |   |    |   |    | практических  | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    |               |   |    |   |    | заданий       |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    | Контрольная   |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    | работа.       |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 9  | Системы       | 1 | 1  | 1 | 12 | Решение       | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | линейных      |   |    |   |    | практических  | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    | уравнений.    |   |    |   |    | заданий       |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    | Практическая  |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    | работа.       |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 10 | Задача на     | 1 |    | 1 | 14 | Контрольная   | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | собственные   |   |    |   |    | работа        | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    | значения.     |   |    |   |    |               |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |
| 11 | Функции,      | 1 | L- | - | 14 | Самоконтроль, | ОПК-1 | ОПК-1.1 |
|    | классификация |   |    |   |    | конспект      | ОПК-6 | ОПК-1.2 |
|    | и свойства.   |   |    |   |    |               |       | ОПК-1.3 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.1 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.2 |
|    |               |   |    |   |    |               |       | ОПК-6.3 |

| 13 | Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность. Производная,                            | 1 | 1  | 1 | 12 | Решение практических заданий Практическая работа Решение | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
|----|--|---|----|---|----|--|----------------|--|
|    | дифференциал,<br>свойства и<br>техника<br>дифференцирова<br>ния.                             |   |    |   |    | практических заданий Контрольная работа                  | ОПК-6          | ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3            |
| 14 | Полное исследование функций с помощью пределов и производных                                 | 1 |    | - | 14 | Самоконтроль,<br>конспект                                | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 15 | Неопределён-<br>ный интеграл,<br>свойства и<br>техника<br>интегрирования.                    | 1 | 1  | 1 | 12 | Решение практических заданий Практическая работа         | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 16 | Определённый интеграл, свойства и вычисление.  | 1 | 1  | 1 | 12 | Решение практических заданий Практическая работа         | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 17 | Геометрическое приложение определённого интеграла.   | 1 | ė. | 1 | 14 | Практическая<br>работа                                   | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 18 | Базовые понятия теории дифферен-<br>циальных уравнений, решение урав-<br>нений 1-го порядка. | 1 | 1  | 7 | 14 | Самоконтроль, конспект                                   | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
| 19 | Дифференциаль ные уравнения 2-го порядка.  | 1 | -  |   | 14 | Самоконтроль,<br>конспект                                | ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2            |

|    |                         |   |    |    |     |   |       | ОПК-6.3  |
|----|-------------------------|---|----|----|-----|---|-------|--|
| 20 | Решение задачи<br>Коши. | 1 | 1  | 1  | 12  |   | ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3 |
|    | ИТОГО 1 курс            |   | 12 | 12 | 264 | - | -     | -  |

| 22         | Числовые ряды. Функциональные ряды и их Приложения.                                   | 2 | 1 | 1 | 20 | Решение практических заданий Практическая работа Практическая работа | ОПК-1<br>ОПК-6<br>ОПК-1<br>ОПК-6 | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3<br>ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1 |
|------------|---|---|---|---|----|--|----------------------------------|--|
| 23         | Базовые понятия теории функций 2 и 3 переменных. Частные производные и дифференциалы. | 2 | 1 | 2 | 18 | Решение<br>практических<br>заданий<br>Практическая<br>работа         | ОПК-1<br>ОПК-6                   | ОПК-6.3<br>ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3                                  |
| 24         | Экстремумы функций двух переменных.   | 2 | 1 | 1 | 20 | Практическая<br>работа   | ОПК-1<br>ОПК-6                   | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3   |
| 25         | Криволиней-<br>ные интегралы.   | 2 | 1 | 1 | 18 | Решение практических заданий Практическая работа                     | ОПК-1<br>ОПК-6                   | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3   |
| 26         | Двойные<br>интегралы.   | 2 | 1 | 1 | 18 | Решение<br>практических<br>заданий<br>Практическая<br>работа         | ОПК-1<br>ОПК-6                   | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3<br>ОПК-6.1<br>ОПК-6.2<br>ОПК-6.3   |
| <b>2</b> 7 | Тройные   | 2 | - | 1 | 20 | Практическая   | ОПК-1                            | ОПК-1.1  |

| ИТОГО 2 курс | 4 | 8 | 132 |        | -     | -       |
|--------------|---|---|-----|--------|-------|---------|
|              |   |   |     |        |       | ОПК-6.3 |
|              |   |   |     |        |       | ОПК-6.2 |
|              |   |   |     |        |       | ОПК-6.1 |
|              |   |   |     |        |       | ОПК-1.3 |
| интегралы.   |   |   |     | работа | ОПК-6 | ОПК-1.2 |

#### 4.3. Содержание дисциплины

## 4.3.1. Определители

Геометрическая постановка. Алгебраическая постановка. Свойства определителей второго порядка. Определители третьего порядка. Определители *n*-го порядка и способы их вычисления. Теорема Лапласа.

## 4.3.2. Векторная алгебра

Базовые понятия. Линейные операции. Нелинейные операции: скалярное, векторное и смешанное произведения. Коллинеарность и компланарность векторов. Векторный базис. Линейные и нелинейные операции в координатной форме.

#### 4.3.3. Линейные векторные пространства

Базовые понятия. Линейные операции. Скалярное произведение. Евклидовы векторные пространства. Норма вектора. Неравенство Коши – Буняковского. Угол между векторами Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис. Ортогональные системы векторов и ортогональный базис. Построение ортогонального и ортонормированного базиса в пмерном векторном пространстве.

## 4.3.4. Аналитическая геометрия на плоскости

Декартовы системы координат на плоскости. Преобразование системы координат. Полярная система координат. Связь полярной системы координат с декартовой. Построение уравнений прямой: уравнение прямой по двум заданным точкам, параметрические уравнения прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой по заданной точке и вектору, общее уравнение прямой, нормальное уравнение прямой.

<u>Кривые второго порядка</u>. Вывод канонических уравнений кривых 2-го порядка: окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Приведение уравнений 2-ой степени к каноническому виду. Частные случаи. Общий случай. Инварианты уравнения 2-ой степени.

#### 4.3.5. Аналитическая геометрия в пространстве

Вывод уравнений плоскости: уравнение плоскости по данным двум векторам и точке, уравнение плоскости по трём точкам, уравнение плоскости в отрезках, общее уравнение плоскости, нормальное уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости

Вывод уравнений прямой по двум заданным точкам, по заданной точке и вектору. Вывод параметрических уравнений прямой и общего уравнения прямой. Поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности.

## 4.3.6. Алгебра комплексных чисел

Алгебраическая форма и арифметические действия. Сопряжённые числа и их свойства. Графический образ. Тригонометрическая форма. Арифметические действия в тригонометрической форме. Возведение в степень (формула Муавра) и извлечение корня в тригонометрической форме. Формула Эйлера, показательная форма, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа в показательной форме. Графический образ корней.

## 4.3.7. Многочлены и рациональные дроби

Базовые понятия. Операции над многочленами: сложение, вычитание, умножение. Деление без остатка и деление с остатком. Корни многочлена. Основная теорема алгебры (теорема Гаусса). Следствия из основной теоремы: число корней в множестве комплексных чисел. Теорема Безу. Обобщённая теорема Виета. Разложение полиномов на множители в множестве комплексных

чисел и в множестве действительных чисел. Знаменитые полиномы: полином Лагранжа, полином Ньютона.

Дробно рациональные выражения и их классификация: неправильные дроби, правильные дроби. Простейшие дроби и их классификация. Разложение правильных дробей на простейшие методом неопределённых коэффициентов. Представление неправильной дроби в виде суммы полинома и правильной дроби.

#### 4.3.8. Матричная алгебра

Базовые понятия. Линейные операции над матрицами и свойства этих операций. Умножение матриц и свойства этой операции. Понятие линейной независимости строки и столбцов. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы и их свойства. Квадратные матрицы. Классификация квадратных матриц. Преобразование базисов с помощью матриц.

## 4.3.9. Системы линейных уравнений

Неоднородные системы. Базовые понятия. Теорема Кронекера - Капелли и следствия из неё. Фундаментальная система решений. Основные методы решения: метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса (метод исключения), метод Гаусса с выбором главного элемента, метод трёхдиагональной прогонки. Решение систем с разными свободными столбцами. Решение однородных систем.

#### 4.3.10. Задача на собственные значения

Постановка задачи. Собственные числа и собственные векторы. Частичная проблема собственных чисел и полная проблема. Свойства собственных векторов. Собственные числа диагональных и треугольных матриц. Алгоритм решения в простейших случаях (все собственные числа – разные действительные числа).

#### 4.3.11. Функции, классификация и свойства

Определение функции Способы задания функции. Виды аналитического задания функции: явный, неявный, параметрический. Основные свойства: область определения, чётность, нечётность, монотонность, корни, периодичность.

## 4.3.12. Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность

Основные понятия и определения: окрестность точки, граничные и внутренние точки, предельные точки. Определение предела функции в точке (по Коши). Понятие бесконечного предела.

Свойства предела. Единственность. Аддитивность. Однородность. Предел произведения. Предел отношения. Переход к пределу в неравенствах (свойство монотонности). Теорема о сжатой функции. Предел композиции функций.

<u>Техника вычисления пределов.</u> Виды неопределённостей и их раскрытие. Определение бесконечно малых и их сравнение. Свойства бесконечно малых. Список основных эквивалентных бесконечно малых. Основное свойство эквивалентных бесконечно малых.

Определение бесконечно больших, их сравнение и свойства. Основное свойство эквивалентных бесконечно больших. Раскрытие неопределённостей с помощью эквивалентных бесконечно малых и бесконечно больших. Первый и второй замечательные пределы.

<u>Непрерывность</u>. Определение приращения аргумента и приращения функции. Односторонние пределы в точке: левосторонний и правосторонний. Три определения непрерывности функции в точке и их взаимосвязь. Операции над непрерывными функциями в точке: сложение, умножение, деление, композиция. Непрерывность функции в области. Односторонняя непрерывность.

Основные свойства функций непрерывных на отрезке. Две теоремы Вейер-штрасса, теорема Коши, Теорема Больцано - Коши. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Равномерная непрерывность в интервале. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функций на отрезке.

<u>Точки разрыва и их классификация.</u> Разрывы первого рода, устранимые разрывы. Разрывы второго рода. Привести примеры графических образов разрывов первого и второго рода.

### 4.3.13. Производная, дифференциал, свойства и техника дифференцирования

Определение производной. Дифференцируемые функции, непрерывно дифференцируемые функции, гладкие функции. Вывод производных простейших элементарных функций. Основные свойства производных: аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения функций. Дифференцирование композиции функций, обратных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование (два способа). Дифференциальные теоремы о среднем: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя для нахождения предела отношения функций. Физический и геометрический смысл производной.

<u>Дифференциал.</u> Определение дифференциала функции и его геометрический смысл. Дифференциал аргумента. Основные свойства дифференциала: однородность, аддитивность. Дифференциал произведения. Инвариантность формы первого дифференциала. Выражение производной через дифференциалы.

## 4.3.14. Полное исследование функций с помощью пределов и производных

<u>Асимптоты.</u> Классификация асимптот. Определение наклонной асимптоты. Необходимое условие существования наклонных асимптот. Вычисление параметров наклонной асимптоты. Горизонтальные асимптоты. Вертикальные асимптоты. Необходимое условие существования вертикальных асимптот.

Нахождение интервалов монотонности функции с помощью производных. Определение точек экстремума. Стационарные точки дифференцируемых функций. Два достаточных условия существования точек максимума или минимума.

Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции. Теорема Вейерштрасса. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений дифференцируемой функции. Выпуклость графика функции вверх и вниз. Точки перегиба. Определение вида выпуклости и нахождение точек перегиба с помощью второй производной.

## 4.3.15. Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования.

Основные понятия и определения: подынтегральная функция, подынтегральное выражение, переменная интегрирования. Табличные интегралы. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределённых интегралов: однородность, аддитивность.

Способы интегрирования. Метод разложения, метод подстановки, интегрирование по частям (с выводом формулы), рекурсивное интегрирование. Интегрирование дробнорациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Тригонометрическая подстановка и универсальная тригонометрическая подстановка.

## 4.3.16. Определённый интеграл, свойства и способы вычисления

Построение интегральной суммы и определение определённого интеграла. Условия интегрируемости. Свойства: однородность, аддитивность по подынтегральной функции, аддитивность по области интегрирования, монотонность, теорема о среднем, сохранение знака, связь пределов интегрирования. Оценка значений интеграла.

<u>Вычисление.</u> Формула Ньютона - Лейбница. Метод подстановки, формула интегрирования по частям. Интегрирование чётных и нечётных функций по симметричному интервалу. Несобственные интегралы первого и второго вида, их вычисление с помощью пределов

Ортогональные системы функций. Определение. Примеры тригонометрических систем ортогональных функций на отрезке [-l,l]:  $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l},\cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$  и на отрезке [0,l]:  $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=1}^{\infty}$ ,  $\left\{\cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$ .

#### 4.3.17. Геометрическое приложение определённого интеграла

Вычисление площади плоских фигур. Вывод формулы вычисления длины плоской кривой. Вывод формулы, с помощью которой вычисляется объём тела вращения.

## 4.3.18. Базовые понятия теории дифференциальных уравнений и способы решения простейших уравнений

<u>Классификация уравнений:</u> порядок, линейность, нелинейность, однородность, неоднородность, с постоянными коэффициентами и с переменными коэффициентами.

<u>Классификация решений:</u> общее решение, общий интеграл, частное решение, особое решение.

Простевшие дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделёнными переменными и уравнения с разделяющимися переменными. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами методом Я. Бернулли. Решение уравнения И. Бернулли — нелинейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами.

<u>Простейшие дифференциальные уравнения второго прядка.</u> Понятие линейной независимости двух функций. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера. Связь количества произвольных постоянных с порядком уравнения.

Метод Эйлера. Выбор аналитического вида решения. Построение характеристического уравнения и нахождение его корней. Построение общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения: разные действительные корни, корень один кратности 2, комплексные корни, мнимые корни.

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Лагранжа (методом вариации произвольных постоянных).

## 4.3.19. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.

<u>Дифференциальные уравнения 2-го порядка</u>. Понятие линейной независимости двух функций. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера. Связь количества произвольных постоянных с порядком уравнения.

Метод Эйлера. Выбор аналитического вида решения. Построение характеристического уравнения и нахождение его корней. Построение общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения: разные действительные корни, корень один кратности 2, комплексные корни, мнимые корни.

#### Решение задачи Коши

Постановка задачи. Связь порядка уравнения с количеством начальных условий. Решение задачи Коши для уравнений первого порядка и для уравнений второго порядка.

#### 4.3.20. Числовые ряды

Введение понятий: числовой ряд, общий член ряда, частичная сумма, остаток ряда, сходимость ряда, расходимость ряда. Необходимое условие сходимости ряда и достаточное условие расходимости ряда. Два необходимых и достаточных условия сходимости числового ряда. Линейные операции над сходящимися рядами: умножение ряда на число и сложение рядов.

Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Исследование на сходимость гармонического ряда и обобщённых гармонических рядов с помощью интегрального признака Коши. Исследование на сходимость геометрических рядов (рядов геометрической прогрессии).

<u>Знакопеременные числовые ряды.</u> Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница и ряды Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

## 4.3.21. Функциональные ряды и их приложение.

Область сходимости ряда. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование рядов.

<u>Степенные ряды.</u> Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Вывод формулы для нахождения радиуса сходимости с помощью признака Даламбера или интегрального признака Коши. Равномерная сходимость.

Ряд Тейлора. Разложение бесконечно дифференцируемой функции в ряд Тейлора.

Условие сходимости ряда Тейлора. Единственность разложения функции в ряд Тейлора.

Разложение простейших элементарных функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Вывод формулы Эйлера с помощью рядов Маклорена. Многочлены Тейлора и Маклорена.

Приближённые вычисления значений функций, производных и интегралов с помощью многочленов Тейлора и Маклорена.

<u>Тигонометрический ряд Фурье.</u> Разложение функции по бесконечному ортогональному тригонометрическому базису. Построение коэффициентов Фурье. Сходимость в среднем. Тригонометрический ряд для чётных и нечётных функций.

## 4.3.22. Базовые понятия для функций нескольких переменных

Построение области определения для функции двух переменных. Понятие предела функции в точке плоскости. Понятие непрерывности. Геометрический образ функции двух переменных.

<u>Частные производные и дифференциалы.</u> Определение частных производных первого и второго порядков. Условие равенства вторых смешанных производных для функции двух переменных. Частные производные и частные дифференциалы, полный дифференциал. Дифференциал второго порядка. Производная композиции функций. Дифференцирование неявно заданных функций. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.

## 4.3.23. Пример приложения ряда Фурье и частных производных.

Рассматривается одномерное уравнение теплопроводности с заданными начальными условиями и с нулевыми краевыми условиями первого рода. Решение методом Фурье. Он состоит из трёх частей. 1-я часть — разделение переменных, 2-я часть — задача Штурма-Лиувилля. 3- часть — представление решения в виде тригонометрического ряда Фурье.

### 4.3.24. Экстремумы функций двух переменных

Необходимые условия экстремума. Многочлен Тейлора для функции двух переменных. Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций двух переменных. Постановка задачи на нахождение условных экстремумов. Решение задач на условный экстремум методом Лагранжа. Задача на условный экстремум для линейных функций (простейший случай симплекс метода).

#### 4.3.25. Криволинейные интегралы

Построение криволинейного интеграла первого рода, его свойства. Вычисление интеграла в зависимости от аналитического задания пути интегрирования. Определение криво-линейного интеграла второго рода, его свойства и способы вычисления. Интеграл 2-го рода по замкнутому пути. Условие независимости интеграла 2-го рода от вида пути. Выбор пути интегрирования, если подынтегральное выражение является полным дифференциалом и вычисление такого интеграла. Нахождение функции по полному дифференциалу. Решение уравнения в полных дифференциалах.

### 4.3.26. Двойные интегралы

Построение двойного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по площади. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат. Построение якобиана (определителя Якоби). Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла в полярной системе координат. Применение двойного интеграла для вычисления площадей и объёмов.

## 4.3.27. Тройные интегралы

Построение тройного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по объёму. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат. Построение якобиана (определителя Якоби) для цилиндрической системы координат. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат. Сферическая система координат и соответствующий якобиан.. Применение тройного интеграла для вычисления объёмов.

## 4.4. Содержание занятий семинарского типа

Таблица 4

Содержание практических занятий для очной формы обучения

| № темы   | Тематика практических занятий | Всего | семестр |
|----------|-------------------------------|-------|---------|
| дисципли |                               | часов |         |

| ны |  |    |   |
|----|--|----|---|
| 1  | Способы вычисления определителей.  | 2  | 1 |
| 2  | Решение задач по векторной алгебре.  | 4  | 1 |
| 3  | Решение задач по аналитической геометрии на плоскости.   | 4  | 1 |
| 4  | Решение задач по аналитической геометрии в пространстве.   | 4  | 1 |
| 5  | Решение примеров на построение областей в комплексной плоскости. Выполнения операций с комплексными числами.   | 4  | 1 |
| 6  | Разложение правильных дробей на простейшие методом неопределённых коэффициентов. Деление многочлена на многочлен.  | 2  | 1 |
| 7  | Решение примеров на приведение матриц к треугольному виду. Вычисление ранга матрицы. Построение обратной матрицы двумя способами.  | 2  | 1 |
| 8  | Решение линейных неоднородных и однородных систем различными методами: методом Крамера, Гаусса, матричным методом.   | 4  | 1 |
| 9  | Решение простейших примеров на собственные числа и векторы.  | 2  | 1 |
| Σ  |  | 28 | 1 |
| 11 | Примеры на основные свойства функций: область определения, чётность, нечётность, монотонность, корни, периодичность.   | 2  | 2 |
| 12 | Примеры на раскрытие неопределённостей с помощью бесконечно малых и бесконечно больших. Примеры на определение непрерывности или разрыва в точке с помощью односторонних пределов.                                   | 4  | 2 |
| 13 | Решение примеров на технику дифференцирова-ния функций различного вида. Нахожднние пределов с помощью правила Лопиталя.  | 4  | 2 |
| 14 | Нахождение вертикальных и наклонных асимптот, интервалов монотонности, экстремумов, точек перегибов, областей выпуклости вверх и вниз. Решение примеров на полное исследование функций с построением их графиков.    | 4  | 2 |
| 15 | Освоение основных способов интегрирования  | 4  | 2 |
| 16 | Техника вычисления определённых интегралов, несобственных интегралов   | 2  | 2 |
| 17 | Вычисление площадей, длин дуг, объёмов тел вращения.   | 2  | 2 |
| 18 | Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделёнными и разделяющимися переменными. Решение уравнения 1-го порядка методом Я. Бернулли. Решение нелинейного уравнения 1-го порядка (уравнение И. Бернулли). | 2  | 2 |
| 19 | Решение линейных однородных дифференциаль-ных уравнений с постоянными коэффициенами методом Эйлера.  | 2  | 2 |
| 20 | Решение дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядка с начальными условиями.   | 2  | 2 |

| Σ  |   | 28 | 2 |
|----|---|----|---|
| 21 | Исследование числовых рядов с положительными членами на сходимость с помощью различных достаточных признаков сходимости. Исследование знакочередующихся числовых рядов на абсолютную и относительную сходимость.  | 2  | 3 |
| 22 | Нахождение интервалов и радиусов сходимости степенных рядов. Построение рядов Маклорена для простейших элементарных функций. Разложение функций в тригонометричес-кие ряды Фурье.                                 | 6  | 3 |
| 23 | Техника дифференцирования функций нескольких переменных. Построение частных и полных дифференциалов.  | 2  | 3 |
| 24 | Решение задач на поиск точек минимума и макси-мума. Решение задач на условный экстремум.  | 4  | 3 |
| 25 | Вычисление интегралов 1-го и 2-го рода по пути. Проверка условия независимости интеграла от вида пути. Вычисление интегралов 2-го рода от полного дифференциала. Восстановление функции по полному дифференциалу. | 4  | 3 |
| 26 | Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат Применение двойного интеграла для вычисления площадей и объёмов.                         | 4  | 3 |
| 27 | Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат Применение тройного интеграла для вычисления объёмов.                              | 4  | 3 |
| Σ  |   | 28 | 3 |

Таблица 4.1 Содержание практических занятий для заочной формы обучения

| № темы  | Тематика практических занятий                               | Всего часов |
|---------|---|-------------|
| дисципл | •   |             |
| ины     |   |             |
| 1       | Способы вычисления определителей.                           | 1           |
| 4       | Решение задач по аналитической геометрии на плоскости.      | 1           |
| 6       | Решение примеров на построение областей в комплексной       | 1           |
|         | плоскости. Выполнения операций с комплексными числами.      |             |
| 8       | Решение примеров на приведение матриц к треугольному виду.  | 1           |
|         | Вычисление ранга матрицы. Построение обратной матрицы двумя |             |
|         | способами.  |             |
| 9       | Решение линейных неоднородных и однородных систем           | 1           |
|         | различными методами: методом Крамера, Гаусса, матричным     |             |
|         | методом.  |             |
| 10      | Решение простейших примеров на собственные числа и векторы. | 1           |
| 12      | Примеры на раскрытие неопределённостей с помощью            | 1           |
|         | бесконечно малых и бесконечно больших. Примеры на           |             |
|         | определение непрерывности или разрыва в точке с помощью     |             |
|         | односторонних пределов.                                     |             |
| 13      | Решение примеров на технику дифференцирования функций       | 1           |
|         | различного вида. Нахождение пределов с помощью правила      |             |

|    | Лопиталя.  |    |
|----|--|----|
| 15 | Освоение основных способов интегрирования  | 1  |
| 16 | Техника вычисления определённых интегралов,  | 1  |
|    | несобственных интегралов   |    |
| 17 | Вычисление площадей, длин дуг, объёмов тел вращения.   | 1  |
| 20 | Решение дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядка с   | 1  |
|    | начальными условиями.  |    |
|    | Итого 1 курс   | 12 |
| 21 | Исследование числовых рядов с положительными членами на  | 1  |
|    | сходимость с помощью различных достаточных признаков   |    |
|    | сходимости. Исследование знакочередующихся числовых рядов  |    |
|    | на абсолютную и относительную сходимость.  |    |
| 22 | Нахождение интервалов и радиусов сходимости степенных  | 1  |
|    | рядов. Построение рядов Маклорена для простейших   |    |
|    | элементарных функций. Разложение функций в тригонометричес-  |    |
|    | кие ряды Фурье.  |    |
| 23 | Техника дифференцирования функций нескольких переменных.   | 2  |
| 24 | Построение частных и полных дифференциалов.  | 1  |
| 24 | Решение задач на поиск точек минимума и максимума. Решение   | 1  |
| 25 | задач на условный экстремум.   | 1  |
| 25 | Вычисление интегралов 1-го и 2-го рода по пути. Проверка   | 1  |
|    | условия независимости интеграла от вида пути. Вычисление интегралов 2-го рода от полного дифференциала. Восстановление |    |
|    | функции по полному дифференциалу.  |    |
| 26 | Вычисление двойного интеграла в декартовой системе   | 1  |
|    | координат. Вычисление двойного интеграла в полярной системе  | 1  |
|    | координат Применение двойного интеграла для вычисления   |    |
|    | площадей и объёмов.  |    |
| 27 | Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат.  | 1  |
|    | Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе   |    |
|    | координат Применение тройного интеграла для вычисления   |    |
|    | объёмов.   |    |
|    | Итого 2 курс   | 8  |

# 5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в Методических рекомендациях для обучающихся по освоению дисциплины «Высшая математика».

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://window.edu.ru/

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля 70;
- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий 10
- максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации 30
- максимальное количество дополнительных баллов 15

## 6.1. Текущий контроль

Типовые задания, методика выполнения и критерии оценивания текущего контроля по разделам дисциплины представлены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

### 6.2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – экзамен

Форма проведения экзамена: письменно по билетам. В билете два теоретических вопроса и одна задача.

Очная форма обучения

Перечень вопросов для подготовки к экзамену за первый семестр: ОПК-1,ОПК-6

- 1. <u>Определители N-го порядка</u>. Способы вычисления. Свойства. Приведение определителя к треугольному виду методом Гаусса.
- 2. <u>Векторная алгебра</u>. Определение вектора. Равенство векторов. Коллинеарность и компланарность векторов. Нулевой вектор. Единичный вектор. Линейные операции с векторами и свойства этих операций. Скалярное, векторное и смешанное умножение векторов и свойства этих операций. Базисные векторы в 2-х мерном и трёхмерном пространствах.

Векторы в координатной форме. Координаты единичного вектора (направляющие косинусы). Линейные операции векторов в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в координатной форме.

Условие ортогональности, коллинеарности и компланорности в координатной форме. Вычисление косинуса угла межу векторами через координаты векторов.

- 3. <u>Линейные векторные N- мерные пространства</u>. Определение N- мерного вектора. Линейные операции с векторами. Скалярное умножение векторов. Норма вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Вычисление косинуса угла между векторами Линейная независимость векторов. Базис в N- мерном векторном пространстве. Связь между линейной независимостью и ортогональностью векторов. Ортогональный и ортонормированный базисы.
- 4. Аналитическая геометрия на плоскости. Декартовы системы координат, их классификация и преобразования. Полярная система координат. Связь декартовой системы координат с полярной. Вычисление площади треугольника через координаты его вершин. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Уравнение прямой, проходящей через заданным угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору Нахождение расстояния от точки до прямой. Сравнить понятия отклонение и расстояние. Нахождение расстояния между параллельными прямыми. Построение уравнения биссектрисы угла.

Кривые второго порядка. Геометрические определения окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Приведение алгебраического уравнения 2-го порядка к одному из канонических уравнений кривых второго порядка.

<u>5. Аналитическая геометрия в пространстве.</u> Вывод уравнений плоскостей: уравнение плоскости по двум векторам и точке, лежащим на этой плоскости, уравнение плоскости по трём заданным точкам, лежащим на этой плоскости, уравнение плоскости в отрезках, общее уравнение плоскости, нормальное уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости.

Построение уравнений прямой: уравнения прямой по двум заданным точкам, уравнение прямой по направляющему вектору и точке, параметрические уравнения прямой.

Поверхности второго порядка. Примеры канонических уравнений поверхностей 2-го порядка: сфера, эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, конус второго порядка. Примеры канонических уравнений цилиндрических поверхностей второго порядка — уравнения эллиптического параболического и гиперболического цилиндров.

- <u>6. Алгебра комплексных чисел.</u> Алгебраическая форма и арифметические действия. Сопряжённые числа их свойства. Графический образ. Тригонометрическая форма. Арифметические действия в тригонометрической форме. Возведение в степень. Формула Муавра и извлечение корня в тригонометрической форме. Формула Эйлера, показательная форма, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа в показательной форме.
- 7. Алгебра многочленов и дробно-рациональные выражения. Определение многочлена (полинома). Равенство многочленов. Нулевой многочлен. Единичный многочлен. Линейные операции с многочленами. Операция умножения многочленов. Корни многочленов. Кратность корня. Разложение многочленов на множители в множестве комплексных чисел и в множестве действительных чисел. Теорема Безу. Обобщённая теорема Виета.

Дробно-рациональные выражения. Правильные дроби. Неправильные дроби. Простейшие дроби. Разложение дробей на простейшие. Преобразование неправильных дробей в сумму многочлена и правильной дроби.

8. Матричная алгебра. Определение матрицы. Линейные операции с матрицами и их свойства. Операция умножения матриц и свойства этой операции. Линейная независимость строк (столбцов). Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью приведения матрицы к трапецевидному или треугольному виду.

Квадратные матрицы. Числовая характеристика- определитель квадратной матрицы. Диагональные матрицы Единичные матрицы. Треугольные матрицы. Симметричные матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Преобразования базисов с помощью матриц.

- 9. <u>Линейные алгебраические системы</u>. Расширенная матрица системы. Матрица системы. Теорема Кронекера Капелли и следствия из неё. Решение системы методом Гаусса с выбором главного элемента. Описать алгоритм этого метода (прямой ход и обратный ход ). Совместность и несовместность системы. Разобрать случай отсутствия решения, случай единственности, решения, случай бесчисленного множества решений. Построение фундаментальной системы решений. Решение системы с различными правыми частями. Системы с трёхдиагональными матрицами и метод решения таких систем метод трёхдиагональной прогонки. Однородные системы. Тривиальное решение. Построение фундаментальной системы решений.
- 10. Задача на собственные значения. Постановка задачи. Собственные числа и собственные векторы. Частичная проблема собственных чисел и полная проблема. Свойства собственных векторов. Собственные числа диагональных и треугольных матриц. Алгоритм решения в простейших случаях (все собственные числа разные действительные числа).

Перечень примеров к экзамену за первый семестр:  $O\Pi K$ -1, $O\Pi K$ -6

- **2**. Даны векторы  $\overrightarrow{AB} = \{\alpha; 6; \beta\}$  и  $\overrightarrow{BC} = \{2; -3; 5\}$ . Найдите сумму  $\alpha + \beta$ , если точки A, B, C лежат на одной прямой.
- **3.** Найдите скалярное произведение векторов 2a + b и a 2b, если угол между векторами a и b равен  $150^{\circ}$ ,  $|a| = \sqrt{3}$ , |b| = 2.
- **4**. Найдите сумму координат вектора  $b = \{x, y, z\}$ , коллинеарного вектору  $a = \{2; 1; -1\}$ , если скалярное произведение (b, a) = 3.
- **5.** Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку A(-2;-3).
- **6**. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(2;5) и отсекающей на оси ординат отрезок b=7.
- 7. Составьте уравнения прямых, проходящих через точку M(-3; -4) и параллельных осям координат.
- **8**. Определите острый угол между прямыми y = -3x + 7 и y = 2x + 1.
- 9. Докажите, что прямые 4x 6y + 7 = 0 и 20x 30y 11 = 0 параллельны.
- **10**. Докажите, что прямые 3x 5y + 7 = 0 и 10x + 6y 3 = 0 перпендикулярны.
- 11. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки M(-1;3), N(2;5).
- **12**. Докажите, что прямые 3x 2y + 1 = 0 и 2x + 5y 12 = 0 пересекаются и найдите координаты точки пересечения.
- 13. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M(-2;-5) параллельно прямой 3x + 4y + 2 = 0.
- **14**. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой  $x^2 + 4y^2 + 8y + 3 = 0$ .
- 15. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой

$$x^2 + 2v^2 - 4v + 4x = 0.$$

- **16.** Приведите уравнение  $x^2 y^2 6x + 10 = 0$  к каноническому виду. Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнений?
- **17.** Приведите уравнение  $4y^2 + 8y 2x 1 = 0$  к каноническому виду. Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнений?
- **18.** Даны две точки A(1;3;-2) и B(7;-4;4). Постройте уравнение плоскости, проходящей через точку B перпендикулярно отрезку AB.
- **19.** Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку A (-2; 7; 3) параллельно плоскости x 4y + 5z 1 = 0.
- **20.** Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки A(3;-2;1) и B(1;4;0).
- 21. Найдите угол, образованный прямыми

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-5}{2}, \quad \frac{x}{2} = \frac{y-3}{9} = \frac{z+1}{6}.$$

**22**. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку A(1;-1;0) перпендикулярно плоскости

$$2x - 3y + 5z - 7 = 0.$$

23. Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно прямой

$$\frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-2}.$$

**24**. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку A(4; -3; 1) параллельно прямым

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}, \qquad \frac{x+1}{5} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}.$$

- **25.** На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство  $0 \le \operatorname{Im} z < 1$ .
- **26**. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство  $1 \le |z+2| \le 2$ .
- **27.** На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство  $|z| \ge 2$ .
- **28**. Разложите две правильную дробь  $\frac{2x}{x^2-5x+6}$  на простейшие.
- **29.** Разложите две правильную дробь  $\frac{x+1}{(x-1)^2}$  на простейшие
- **30.** Представьте неправильную дробь  $\frac{5x^3}{x^3-4x}$  в виде суммы многочлена и правильной дроби. Полученную правильную дробь разложите на простейшие.
- **31**. Представьте неправильную дробь  $\frac{x^3+3}{(x+1)(x-1)}$  в виде суммы многочлена и правильной дроби. Полученную правильную дробь разложите на простейшие.
- 32. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} 2x + z = 6, \\ 3x - 4y = -2, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

33. Решите систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + z = 6, \\ 3x - 4y = -2, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

# Перечень вопросов к экзамену за второй семестр. $O\Pi K-1, O\Pi K-6$

- <u>1. Функции, классификация и свойства.</u> Определение функции Способы задания функции. Виды аналитического задания функции: явный, неявный, параметрический. Основные свойства: область определения, чётность, нечётность, монотонность, корни, периодичность и период.
- <u>2. Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность.</u> Основные понятия и определения: окрестность точки, граничные и внутренние точки, предельные точки. Определение предела функции в точке (по Коши). Понятие бесконечного предела.

<u>Свойства предела.</u> Единственность. Аддитивность. Однородность. Предел произведения. Предел отношения. Переход к пределу в неравенствах (свойство монотонности). Теорема о сжатой функции. Предел композиции функций.

<u>Техника вычисления пределов.</u> Виды неопределённостей и их раскрытие. Определение бесконечно малых и их сравнение. Свойства бесконечно малых. Список основных

эквивалентных бесконечно малых. Основное свойство эквивалентных бесконечно малых. Определение бесконечно больших, их сравнение и свойства. Основное свойство эквивалентных бесконечно больших. Раскрытие неопределённостей с помощью эквивалентных бесконечно малых и бесконечно больших. Первый и второй замечательные пределы.

<u>Непрерывность</u>. Определение приращения аргумента и приращения функции. Односторонние пределы в точке: левосторонний и правосторонний. Три определения непрерывности функции в точке и их взаимосвязь. Операции над непрерывными функциями в точке: сложение, умножение, деление, композиция. Непрерывность функции в области. Односторонняя непрерывность.

<u>Основные свойства функций непрерывных на отрезке.</u> Две теоремы Вейерштрасса, теорема Коши, Теорема Больцано - Коши. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

<u>Точки разрыва и их классификация.</u> Разрывы первого рода, устранимые разрывы. Разрывы второго рода. Привести примеры графических образов разрывов первого и второго рода.

## 3. Производная, дифференциал, свойства и техника дифференцирования.

Определение производной. Дифференцируемые функции, непрерывно дифференцируемые функции, гладкие функции. Знать основную таблицу производных элементарных функций. Основные свойства производных: аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения функций. Дифференцирование композиции функций, обратных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование (два способа). Правило Лопиталя для нахождения предела отношения функций. Физический и геометрический смысл производной.

<u>Дифференциал.</u> Определение дифференциала функции и его геометрический смысл. Дифференциал аргумента. Основные свойства дифференциала: однородность, аддитивность. Дифференциал произведения. Выражение производной через дифференциалы.

## 4. Полное исследование функций с помощью пределов и производных

<u>Асимптоты.</u> Классификация асимптот. Определение наклонной асимптоты. Необходимое условие существования наклонных асимптот. Вычисление параметров наклонной асимптоты. Горизонтальные асимптоты. Вертикальные асимптоты. Необходимое условие существования вертикальных асимптот.

Нахождение интервалов монотонности функции с помощью производных. Определение точек экстремума. Стационарные точки дифференцируемых функций. Два достаточных условия существования точек максимума или минимума.

Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений дифференцируемой функции. Выпуклость графика функции вверх и вниз. Точки перегиба. Определение вида выпуклости и нахождение точек перегиба с помощью второй производной.

## 5. Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования.

Основные понятия и определения: подынтегральная функция, подынтегральное выражение, переменная интегрирования. Знать основную таблицу интегралов. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределённых интегралов: однородность, аддитивность.

<u>Техника интегрирования.</u> Метод разложения, метод подстановки, интегрирование по частям (с выводом формулы). Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.

6. Определённый интеграл, свойства и способы вычисления. Построение интегральной суммы и определение определённого интеграла. Условия интегрируемости. Свойства: однородность, аддитивность по подынтегральной функции, аддитивность по

области интегрирования, монотонность, теорема о среднем, сохранение знака, связь пределов интегрирования. Оценка значений интеграла.

<u>Вычисление.</u> Формула Ньютона - Лейбница. Метод подстановки, формула интегрирования по частям. Интегрирование чётных и нечётных функций по симметричному интервалу. Несобственные интегралы первого рода, их вычисление с помощью пределов.

Ортогональные системы функций. Определение. Примеры тригонометрических систем ортогональных функций  $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l},\cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$  на отрезке [-l,l],  $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l},\cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$  и  $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$  на отрезке [0,l].

7. Геометрическое приложение определённого интеграла. Вычисление площади плоских фигур. Вывод формулы вычисления длины плоской кривой. Вывод формулы вычисления объёма тела вращения.

## 8. Базовые понятия теории дифференциальных уравнений

<u>Классификация уравнений:</u> порядок, линейность, нелинейность, однородность, неоднородность, с постоянными коэффициентами и с переменными коэффициентами.

<u>Классификация решений:</u> общее решение, общий интеграл, частное решение, <u>Простешие дифференциальные уравнения первого порядка и способы их решения.</u> Уравнения с разделёнными переменными и уравнения с разделяющимися переменными. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами методом Я. Бернулли. Решение уравнения И. Бернулли — нелинейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами.

<u>9. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.</u> Понятие линейной независимости двух функций. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера. Связь количества произвольных постоянных с порядком уравнения.

<u>Метод Эйлера</u>. Выбор аналитического вида решения. Построение характеристичес-кого уравнения и нахождение его корней. Построение общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения: разные действительные корни, корень один кратности 2, комплексные корни, мнимые корни.

10. Решение задачи Коши. Постановка задачи. Связь порядка уравнения с количеством начальных условий. Решение задачи Коши для уравнений первого порядка и для уравнений второго порядка.

# Перечень примеров к экзамену за второй семестр: $O\Pi K-1,O\Pi K-6$

1. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно малых

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 15x}{tg 10x}. \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 3x}{\ln(1+9x^2)}. \qquad \lim_{x \to 0} \frac{(e^{6x}-1)^2}{x \sin 3x}.$$

2. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно больших

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{9x^7 + x^5}{12x^5 + x^2}. \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{7x^2 - x}{15x^3 + x^2}. \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{5x^5 + x^4 - 13}{4x^7 - 6 + 25}.$$

3. Вычислите предел с помощью 2-го замечательного предела

$$\lim_{x \to \infty} \left( 1 + \frac{k}{x} \right)^{mx} \cdot \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{x}{1+x} \right)^{x} \cdot \lim_{x \to +0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x}.$$

4. Найдите односторонние пределы функций в заданной точке

$$x_0=\pi$$
,  $f(x)= { \sin x\,,\quad x<\pi,\ x\ge \pi.}$   $x_0=1$ ,  $f(x)= { \sqrt{4-x^2},\ x<1,\ x-2,\ x\ge 1.}$  5. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной точке

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + x - 2}$$
 в точке  $x_0 = 2$ .  $f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{2^{\frac{1}{x}} + 1}$  в точке  $x_0 = 1$ .

6. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной области

$$f(x) = \frac{1}{(x-5)(x-1)}$$
 на отрезке [1; 5].  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 26x + 25}$  на отрезке [1; 25].

7. Найдите точки разрыва функции и определите их род

$$f(x) = \frac{1}{(x-5)(x-1)}. \quad f(x) = \frac{[x+1]}{x+1}. \quad f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}. \quad f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

8. Найдите производную функции

$$f(x) = \ln(5x^3 - x)$$
.  $f(x) = \arctan(\ln x)$ .  $f(x) = \ln^2\left(\arctan\left(\frac{x}{3}\right)\right)$ .

9. Найдите производную параметрически заданной функции

$$x = \frac{t+1}{t}, y = \frac{t-1}{t}.$$
  $x = t^3, y = 3t.$   $x = \cos^3 x, y = \sin^3 x.$ 

10. Найдите производную функции с помощью логарифмического дифференцирования

$$f(x) = x^{\ln x}. \qquad f(x) = \cos x^{\sin x}. \qquad f(x) = x^x.$$

11. Найдите предел с помощью правила Лопиталя

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\sin 15 x)}{\ln x}. \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x}. \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^3}.$$

- **12**. Составьте уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 2x^2 6x + 3$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .
- 13. В какой точке плоскости касательная к графику функции  $y = \ln x$  параллельна прямой y = 2x + 5?
- 14. Найдите угол, под которым пересекаются графики двух функций

$$y^2 = 2x$$
 и  $x^2 + y^2 = 8$ .

- **15**. В каких точках плоскости касательная параболе, уравнение которой  $y = -x^2 + 4x 6$ , наклонена к оси абсцисс под углом 45° или параллельна оси абсцисс?
- 16. Найдите дифференциал функции

$$y = arctg\sqrt{x}$$
,  $y = x^2 \ln x$ ,  $y = xtgx$ .

17. Исследуйте функцию на асимптоты

$$y = \frac{6x^3}{x^2 - 4}$$
.  $y = \frac{2x^2}{x + 1}$ .  $y = \frac{x^3}{(x + 1)^2}$ .

18. Найдите интервалы возрастания и убывания функциі

$$y = x^3 - 6x^2 + 5$$
.  $y = (x - 2)^2$ .  $y = \ln(x^2 - 2x + 4)$ .

19. Найдите экстремумы функции

$$y = x^3 - 3x + 1$$
.  $y = e^{x^2 - 4x + 5}$ .  $y = x - \text{arctg}x$ .

20. Найдите точки перегиба и интервалы выпуклости вверх и вниз

$$y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$$
.  $y = e^{-x^2}$ .  $y = xe^{-x^2}$ . x

21. Найдите интеграл с помощью интегрирования по частям

$$\int 3x \sin 2x dx. \qquad \int 3x e^{-x} 2x dx. \qquad \int \ln 7x dx.$$

**22.** Проинтегрируйте дробно рациональную функцию 
$$\int \frac{x}{x^2-4} dx. \qquad \int \frac{x+3}{x^2-1} dx. \qquad \int \frac{x}{x^2-5x+6} dx.$$
**23.** Возьмите интеграл от тригонометрической функции

$$\int \sin 3x \sin 2x dx. \int \sin 3x \cos 2x dx. \int \sin^2 x dx. \int \cos 3x \cos 2x dx. \int \cos^2 x dx.$$

24. Вычислите определённый интеграл

$$\int_{0}^{1} x e^{-x} dx. \qquad \int_{0}^{1} \ln(x+3) dx. \qquad \int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x} dx.$$

25. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделёнными переменными и решение с начальным условием y(1) = 1.

$$xdx = (y+1)dy$$
.  $xdx + ydy = 0$ .

26. Найдите общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и решение с начальным условием y(1) = 1..

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$
.  $(1+y^2)x = y(1+x^2)dy$ .

## Перечень вопросов к экзамену за третий семестр.

## ОПК-1,ОПК-6

1. Числовые ряды. Введение понятий: числовой ряд, общий член ряда, частичная сумма, остаток ряда, сходимость ряда, расходимость ряда. Необходимое условие сходимости ряда и достаточное условие расходимости ряда. Два необходимых и достаточных условия сходимости числового ряда. Линейные операции над сходящимися рядами: умножение ряда на число и сложение рядов.

Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Исследование на сходимость гармонического ряда и обобщённых гармонических рядов с помощью интегрального признака Коши. Исследование на сходимость геометрических рядов (рядов геометрической прогрессии).

Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница и ряды Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

2. Функциональные ряды и их приложение. Интервал сходимости ряда. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование рядов.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Вывод формулы для нахождения радиуса сходимости с помощью признака Даламбера или интегрального признака Коши. Равномерная сходимость степенных рядов на отрезке.

Ряд Тейлора. Разложение бесконечно дифференцируемой функции в ряд Тейлора. Условие сходимости ряда. Единственность разложения функции в ряд. Разложение простейших элементарных функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена.

Многочлены Тейлора и Маклорена. Приближённые вычисления значений функций, производных и интегралов с помощью многочленов Тейлора и Маклорена. Вывод формул разностной аппроксимация первой и второй производных с помощью многочлена Тейлора.

<u>Тигонометрический ряд Фурье.</u> Разложение функции по бесконечному ортогональному тригонометрическому базису. Построение коэффициентов Фурье. Тригонометрический ряд для чётных и нечётных функций.

3. Базовые понятия для функций нескольких переменных. Построение области определения для функции двух переменных и геометрический образ таких функций.

<u>Частные производные и дифференциалы.</u> Определение частных производных первого и второго порядков. Условие равенства вторых смешанных производных для функции двух переменных. Частные производные и частные дифференциалы, полный дифференциал. Дифференциал второго порядка. Производная композиции функций (полная производная). Дифференцирование неявно заданных функций. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.

- <u>4. Элементы теории поля.</u> Скалярное поле и векторное поле. Определение производной по направлению.
- <u>Определения дифференциальных операций первого порядка</u>. Градиент и его основные свойства. Связь градиента и производной по направлению. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор (вихрь) векторного поля. Дифференциальные операции второго порядка: дивергенция от градиента, ротор от градиента, дивергенция от ротора.
- 5. Экстремумы функций двух переменных. Необходимые условия экстремума. Многочлен Тейлора для функции двух переменных. Вывод необходимого и достаточного условий существования экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций двух переменных. Постановка задачи на нахождение условных экстремумов. Решение задач на условный экстремум методом Лагранжа. Задача на условный экстремум для линейных функций (простейший случай симплекс метода).
- 7. Криволинейные интегралы. Построение криволинейного интеграла первого рода, его свойства. Вычисление интеграла в зависимости от вида аналитического задания пути интегрирования. Определение криволинейного интеграла второго рода, его свойства и зависимость интеграла от направления пути интегрирования. Способы вычисления. Интеграл 2-го рода по замкнутому пути. Условие независимости интеграла 2-го рода от вида пути. Выбор пути интегрирования, если подынтегральное выражение является полным дифференциалом и вычисление такого интеграла. Нахождение функции по полному дифференциалу. Решение уравнения в полных дифференциалах.
- 8. Двойные интегралы. Построение двойного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по площади. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат. Построение якобиана (определителя Якоби). Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла в полярной системе координат. Применение двойного интеграла для вычисления площадей и объёмов.
- <u>9. Тройные интегралы</u>. Построение тройного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по объёму. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат. Построение якобиана (определителя Якоби) для цилиндрической системы координат. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат. Сферическая система координат и соответствующий якобиан. Применение тройного интеграла для вычисления объёмов.

Перечень примеров к экзамену за третий семестр:  $O\Pi K-1, O\Pi K-6$ 

1. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}.$$

2. Исследуйте ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3^n}\right)^n.$$

3. Исследуйте ряд на сходимость с помощью интегрального признака Коши.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$

4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость (сходимость по Лейбницу).

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}.$$

5. Найдите радиус и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)}{2^n} x^n.$$

6. Найдите область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)} (x+1)^n.$$

- 7. Разложить функцию y = x + 1 в ряд Фурье по косинусам на отрезке  $[0; \pi]$ .
- 8. Найдите полный дифференциал 1-го порядка от функции

$$z = \ln(3x + 2y)$$
. 2.  $z = x^y$ 

- $z=\ln(3x+2y).$  2.  $z=x^y.$ 9. Найдите полную производную  $\frac{dz}{dt}$  по переменной по t от функции  $z=ye^{-2x}$ , где x=2t+2,  $y=\sin t.$   $z=x\tan 3y$ , где  $x=t^2$ ,  $y=2t^3$ .
- 10. Найдите производную скалярного поля v = 2xy + 3yz + 5zx по заданному направлению вектора  $a = \{12; 3; 4\}$  в точке B(1; 2; 5).
- 11. Найдите производную  $\frac{\partial v}{\partial e}$  скалярного поля  $v=2x^2y^3+5z$  по направлению вектора  $a = \{1; 1; 1\}.$
- **12.** Найдите градиент  $grad\ z$  плоского скалярного поля  $z = \ln(3x + 2y)$  в точке B(1; 2; 5).
- **13**. Найдите направление наибольшего роста функции  $v = xy + yz + 5zx^2$  в точке B(1;2;3).
- 14. Найдите дивергенцию (расходимость) div(a) векторного поля

$$a(x, y, z) = 2xyi + 3xzj + 7yzk$$
 в точке  $A(3; 1; 2)$ .

- **15**. Найдите дивергенцию от градиента div(grad w), если  $w = 3xy + 5yz^3$ .
- **16**. Постройте ротор (вихрь) rot(b) заданного векторного поля  $\boldsymbol{b}(x,y,z) = grad(xy + yz + 5zx^2).$  $\boldsymbol{b}(x,y,z) = 2xy\boldsymbol{i} + 3xz\boldsymbol{j} + 7yz\boldsymbol{k}.$
- 17. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования это треугольник со сторонами x = 0, y = 0, x + y = 2.
- 18. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования описана системой неравенств

$$\begin{cases} x \ge 0, \\ y \ge 0, \\ x^2 + y^2 \le 1. \end{cases} \qquad \begin{cases} y \ge x^2, \\ y \le 4 - x^2. \end{cases}$$

19. Поменяйте порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y) dx. \quad \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dx. \quad \int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x,y) dx.$$

20. Вычислите интеграл

$$\int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy, \qquad \int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx.$$

21. Вычислите интеграл

$$\iint\limits_{D}\cos(x+y)\,dxdy,$$

если область интегрирования ограничена прямыми  $x = 0, y = \pi, y = x.$ 

## Заочная форма обучения

## 

- 1. Свойства определителя и способы его вычисления.
- 2. Приведение определителя к треугольному виду методом Гаусса. Вычисление такого определителя.
- 3. Нелинейные операции над векторами и их свойства.
- 4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в координатной форме.
- 5. Условие ортогональности, коллинеарности и компланорности в координатной форме.
- 6. Вывод неравенства Коши Буняковского.
- 7. Ортогональный и ортонормированный базисы. Связь между линейно зависимостью и ортогональностью векторов.
- 8. Вычисление площади треугольника через координаты его вершин.
- 9. Классификация декартовых систем координат и преобразования. Полярная система координат. Связь декартовой системы координат с полярной.
- 10. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.
- 11. Вывод уравнения прямой в отрезках.
- 12. Вывод общего уравнения прямой.
- 13. Вывод нормального уравнения прямой.
- 14. Вывод уравнения прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору.
- 15. Нахождение расстояния между прямыми.
- 16. Геометрические определения окружности, эллипса, гиперболы и параболы.

Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы и параболы.

- 17. Приведение алгебраического уравнения 2-го порядка к одному из канонических уравнений кривых второго порядка.
- 18. Вывод уравнения плоскости по двум векторам, параллельным плоскости и точке, лежащей на этой плоскости.
- 19. Вывод уравнения плоскости по трём заданным точкам, лежащим на этой плоскости.
- 20. Вывод уравнения плоскости в отрезках.
- 21. Вывод общего уравнения плоскости.

- 22. Написать неполные уравнения плоскости и указать их расположение относительно декартовой системы координат.
- 23. Написать нормальное уравнение плоскости. Переход от общего уравнения к нормальному. Для решения каких задач используется нормальное уравнение плоскости?
- 24. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень. Формула Муавра и извлечение корня в тригонометрической форме.
- 25. Формула Эйлера, показательная форма, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа в показательной форме.
- 26. Корни многочленов и их кратность. Разложение многочленов на множители в множестве комплексных чисел и в множестве действительных чисел. Теорема Безу. Обобщённая теорема Виета.
- 27. Дробно-рациональные выражения. Правильные, неправильные, простейшие дроби. Разложение дроби на простейшие дроби методом неопределённых коэффициентов.
- 28. Линейные операции с матрицами и их свойства.
- 29. Операция умножения матриц и свойства этой операции.
- 30. Элементарные преобразования матрицы.
- 31. Эквивалентные матрицы. Ранг матрицы и способ его вычисления.
- 32. Линейная независимость строк и нахождение максимального количества таких строк в матрице.
- 33. Единичная матрица. Взаимно обратные матрицы и способы построения обратной матрицы.
- 34. Условие, при котором существует обратная матрица и простейший способ её построения.
- 35. Использование матриц для преобразования базисов.
- 36. Теорема Кронекера Капелли и следствия из неё.
- 37. Решение системы методом Гаусса с выбором главного элемента.
- 38. Матричный способ решения линейных алгебраических систем.
- 39. Решение систем методом Крамера.
- 40. Решение системы с различными правыми частями.
- 41. Решение однородных линейных алгебраических систем.
- 42. Постановка задачи на нахождение собственных чисел и векторов матрицы.

Собственные числа диагональных и треугольных матриц.

#### ОПК-1, ОПК-6

- 1. Определение функции Способы её задания. Виды аналитического задания. Основные свойства функции.
- 2. Основные понятия, связанные с пределом. Определение предела функции его свойства.
- 3. Определение бесконечно малых, их сравнение и свойства.
- 4. Определение бесконечно больших, их сравнение и свойства.
- 5. Первый и второй замечательные пределы и их обобщение.
- 6. Раскрытие неопределённостей с помощью эквивалентных бесконечно малых и бесконечно больших.
- 7. Три определения непрерывности функции в точке и их взаимосвязь.
- 8. Основные свойства функций непрерывных на отрезке.
- 9. Точки разрыва и их классификация.
- 10. Определение производной функции и её свойства.
- 11. Логарифмическое дифференцирование (два способа).
- 12. Правило Лопиталя для нахождения пределов.
- 13. Определение дифференциала функции, его свойства и геометрический смысл.
- 14. Асимптоты, их классификация. построение уравнения асимптоты.
- 15. Точки экстремума функции и интервалы монотонности.
- 20. Выпуклость графика функции вверх и вниз. Точки перегиба.

- 21. Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования.
- 22. Вывод формулы интегрирования по частям.
- 23. Интегрирование дробно-рациональных функций.
- 24. Интегрирование методом подстановки.
- 25. Интегрирование с помощью тригонометрических формул.
- 26. Построение интегральной суммы и определение определённого интеграла.
- 27. Свойства определённого интеграла.
- 28. Вычисление определённого интеграла
- 29. Интегрирование чётных и нечётных функций по симметричному интервалу.
- 30. Несобственные интегралы первого рода, их вычисление с помощью пределов.
- 31. Определение ортогональной системы функций. Примеры тригонометрических систем ортогональных функций.
- 32. Геометрические приложения определённого интеграла.
- 33. Определение дифференциального уравнения. Классификация дифференциальных уравнений.
- 34. Решение дифференциальных уравнений с разделёнными переменными и с разделяющимися переменными.
- 35. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами методом Я.Бернулли.
- 36. Решение дифференциального уравнения И. Бернулли.
- 37. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
- 38. Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка.
- 39. Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений второго порядка.

# **Перечень примеров к экзамену за первый курс:** ОПК-1, ОПК-6

- **2**. Даны векторы  $\overrightarrow{AB} = \{\alpha; 6; \beta\}$  и  $\overrightarrow{BC} = \{2; -3; 5\}$ . Найдите сумму  $\alpha + \beta$ , если точки A, B, C лежат на одной прямой.
- **3.** Найдите скалярное произведение векторов 2a + b и a 2b, если угол между векторами a и b равен  $150^{0}$ ,  $|a| = \sqrt{3}$ , |b| = 2.
- **4**. Найдите сумму координат вектора  $b = \{x, y, z\}$ , коллинеарного вектору  $a = \{2; 1; -1\}$ , если скалярное произведение (b, a) = 3.
- **5.** Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку A(-2;-3).
- **6**. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(2;5) и отсекающей на оси ординат отрезок b=7.
- 7. Составьте уравнения прямых, проходящих через точку M(-3; -4) и параллельных осям координат.
- **8**. Определите острый угол между прямыми y = -3x + 7 и y = 2x + 1.

- 9. Докажите, что прямые 4x 6y + 7 = 0 и 20x 30y 11 = 0 параллельны.
- **10**. Докажите, что прямые 3x 5y + 7 = 0 и 10x + 6y 3 = 0 перпендикулярны.
- 11. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки M(-1;3), N(2;5).
- **12**. Докажите, что прямые 3x 2y + 1 = 0 и 2x + 5y 12 = 0 пересекаются и найдите координаты точки пересечения.
- 13. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M(-2;-5) параллельно прямой 3x + 4y + 2 = 0.
- **14**. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой  $x^2 + 4y^2 + 8y + 3 = 0$ .
- 15. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой

$$x^2 + 2y^2 - 4y + 4x = 0.$$

- **16.** Приведите уравнение  $x^2 y^2 6x + 10 = 0$  к каноническому виду. Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнений?
- 17. Приведите уравнение  $4y^2 + 8y 2x 1 = 0$  к каноническому виду. Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнений?
- **18.** Даны две точки A(1;3;-2) и B(7;-4;4). Постройте уравнение плоскости, проходящей через точку B перпендикулярно отрезку AB.
- **19.** Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку A(-2;7;3) параллельно плоскости x-4y+5z-1=0.
- **20.** Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки A(3;-2;1) и B(1;4;0).
- 21. Найдите угол, образованный прямыми

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-5}{2}, \quad \frac{x}{2} = \frac{y-3}{9} = \frac{z+1}{6}.$$

**22**. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку A(1;-1;0) перпендикулярно плоскости

$$2x - 3y + 5z - 7 = 0.$$

23. Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно прямой

$$\frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-2}.$$

**24**. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку A(4; -3; 1) параллельно прямым

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}, \qquad \frac{x+1}{5} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}.$$

- **25.** На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство  $0 \le \operatorname{Im} z < 1$ .
- **26**. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство  $1 \le |z+2| \le 2$ .
- **27.** На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство  $|z| \ge 2$ .
- **28**. Разложите две правильную дробь  $\frac{2x}{x^2-5x+6}$  на простейшие.

- **29.** Разложите две правильную дробь  $\frac{x+1}{(x-1)^2}$  на простейшие
- **30.** Представьте неправильную дробь  $\frac{5x^3}{x^3-4x}$  в виде суммы многочлена и правильной дроби. Полученную правильную дробь разложите на простейшие.
- 31. Представьте неправильную дробь  $\frac{x^3+3}{(x+1)(x-1)}$  в виде суммы многочлена и правильной дроби. Полученную правильную дробь разложите на простейшие.
- 32. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} 2x + z = 6, \\ 3x - 4y = -2, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

33. Решите систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + z = 6, \\ 3x - 4y = -2, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

## ОПК-1, ОПК-6

1. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно малых

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 15x}{t g 10x}. \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 3x}{\ln(1 + 9x^2)}. \qquad \lim_{x \to 0} \frac{(e^{6x} - 1)^2}{x \sin 3x}.$$

2. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно больших

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{9x^7 + x^5}{12x^5 + x^2}. \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{7x^2 - x}{15x^3 + x^2}. \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{5x^5 + x^4 - 13}{4x^7 - 6 + 25}.$$

3. Вычислите предел с помощью 2-го замечательного предела

$$\lim_{x \to \infty} \left( 1 + \frac{k}{x} \right)^{mx} \cdot \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{x}{1+x} \right)^{x} \cdot \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x} \cdot \frac{\ln(a+x) - \ln$$

4. Найдите односторонние пределы функций в заданной точке

$$x_0 = \pi$$
,  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < \pi, \\ x, & x \ge \pi. \end{cases}$   $x_0 = 1$ ,  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4 - x^2}, & x < 1, \\ x - 2, & x \ge 1. \end{cases}$  5. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной точке

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + x - 2}$$
 в точке  $x_0 = 2$ .  $f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{2^{\frac{1}{x}} + 1}$  в точке  $x_0 = 1$ .

6. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной области

$$f(x) = \frac{1}{(x-5)(x-1)}$$
 на отрезке [1; 5].  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 26x + 25}$  на отрезке [1; 25].

7. Найдите точки разрыва функции и определите их род

$$f(x) = \frac{1}{(x-5)(x-1)}. \quad f(x) = \frac{[x+1]}{x+1}. \quad f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}. \quad f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

8. Найдите производную функции

$$f(x) = \ln(5x^3 - x)$$
.  $f(x) = \arctan(\ln x)$ .  $f(x) = \ln^2\left(\arctan\left(\frac{x}{3}\right)\right)$ .

9. Найдите производную параметрически заданной функции

$$x = \frac{t+1}{t}, y = \frac{t-1}{t}.$$
  $x = t^3, y = 3t.$   $x = \cos^3 x, y = \sin^3 x.$ 

10. Найдите производную функции с помощью логарифмического дифференцирования

$$f(x) = x^{\ln x}$$
.  $f(x) = \cos x^{\sin x}$ .  $f(x) = x^x$ .

11. Найдите предел с помощью правила Лопиталя

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\sin 15 x)}{\ln x}. \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x}. \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^3}.$$

- 12. Составьте уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 2x^2 6x + 3$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .
- 13. В какой точке плоскости касательная к графику функции  $y = \ln x$  параллельна прямой y = 2x + 5?
- 14. Найдите угол, под которым пересекаются графики двух функций

$$y^2 = 2x$$
 и  $x^2 + y^2 = 8$ .

15. В каких точках плоскости касательная параболе, уравнение которой

$$y=-x^2+4x-6,$$

наклонена к оси абсцисс под углом 45° или параллельна оси абсцисс?

16. Найдите дифференциал функции

$$y = arctg\sqrt{x}$$
,  $y = x^2 \ln x$ ,  $y = xtgx$ .

17. Исследуйте функцию на асимптоты

$$y = \frac{6x^3}{x^2 - 4}$$
.  $y = \frac{2x^2}{x + 1}$ .  $y = \frac{x^3}{(x + 1)^2}$ .

18. Найдите интервалы возрастания и убывания функци

$$y = x^3 - 6x^2 + 5$$
.  $y = (x - 2)^2$ .  $y = \ln(x^2 - 2x + 4)$ .

19. Найдите экстремумы функции

$$y = x^3 - 3x + 1$$
.  $y = e^{x^2 - 4x + 5}$ .  $y = x - \text{arctg}x$ .

20. Найдите точки перегиба и интервалы выпуклости вверх и вниз

$$y=x^3-5x^2+3x-5.$$
  $y=e^{-x^2}.$   $y=xe^{-x^2}.$  х **21**. Найдите интеграл с помощью интегрирования по частям

$$\int 3x \sin 2x dx. \qquad \int 3x e^{-x} 2x dx. \qquad \int \ln 7x dx.$$

**22.** Проинтегрируйте дробно рациональную функцию 
$$\int \frac{x}{x^2 - 4} \, dx. \qquad \int \frac{x + 3}{x^2 - 1} \, dx. \qquad \int \frac{x}{x^2 - 5x + 6} \, dx.$$

$$\int \sin 3x \sin 2x dx. \int \sin 3x \cos 2x dx. \int \sin^2 x dx. \int \cos 3x \cos 2x dx. \int \cos^2 x dx.$$

24. Вычислите определённый интеграл

$$\int_{0}^{1} x e^{-x} dx. \qquad \int_{0}^{1} \ln(x+3) dx. \qquad \int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x} dx.$$

25. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделёнными переменными и решение с начальным условием y(1) = 1.

$$xdx = (y + 1)dy$$
.  $xdx + ydy = 0$ .

**26**. Найдите общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и решение с начальным условием y(1) = 1..

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}. \quad (1+y^2)x = y(1+x^2)dy.$$

## Перечень вопросов к экзамену за второй курс Перечень вопросов к экзамену за 2 курс

## ОПК-1, ОПК-6

- 1. Определение числового ряда. Необходимые и достаточные условия его сходимости.
- 2. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов.
- 3. Обобщённые гармонические ряды и их сходимость.
- 4. Геометрические ряды и их сходимость.
- 5. Знакочередующиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость таких рядов.
- 6. Определение функциональных рядов. Их сходимость и равномерная сходимость.
- 7. Интервал сходимости функциональных рядов.
- 8. Виды степенных рядов. Их радиус сходимости и интервал сходимости.
- 9. Ряд Тейлора для бесконечно дифференцируемых функций.
- 10. Ряд Маклорена для бесконечно дифференцируемых функций.
- 11. Многочлен Тейлора. Приближённые вычисления с помощью этого многочлена.
- 12. Вывод формул разностной аппроксимация первой производной с помощью многочлена Тейлора.
- 13. Вывод формул разностной аппроксимация второй производной с помощью многочлена Тейлора.
- 14. Разложение функции в тригонометрический ряд Фурье. Построение коэффициентов Фурье.
- 15. Тригонометрический ряд Фурье для чётных и нечётных функций.
- 16. Способы построения области определения функции двух переменных и геометрический образ таких функций.
- 17. Определение частных производных первого и второго порядков. Условие равенства вторых смешанных производных для функции двух переменных.
- 18. Частные дифференциалы, полный дифференциал. Необходимое и достаточное условие, при котором дифференциальное выражение будет полным дифференциалом некоторой функции.
- 19. Производная композиции функций (полная производная).
- 20. Дифференцирование неявно заданных функций.
- 21. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.
- 25. Экстремумы функций двух переменных.
- 26. Задачи на условный экстремум. Метод Лагранжа.
- 27. Построение криволинейного интеграла первого рода, его свойства и вычисление.
- 28. Криволинейный интеграл 2-го рода, его свойства и вычисление.
- 29. Условие независимости интеграла 2-го рода от вида пути.
- 30. Выбор пути интегрирования, если подынтегральное выражение является полным дифференциалом и вычисление такого интеграла.
- 31. Нахождение функции по полному дифференциалу.
- 32. Решение уравнения в полных дифференциалах.
- 33. Построение двойного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по плошади.
- 34. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.

- 35. Построение тройного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по объёму.
- 36. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат.

# Перечень примеров к экзамену за второй курс: $O\Pi K$ -1, $O\Pi K$ -6

1. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}.$$

2. Исследуйте ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3^n}\right)^n.$$

3. Исследуйте ряд на сходимость с помощью интегрального признака Коши.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$

4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость (сходимость по Лейбницу).

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}.$$

5. Найдите радиус и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)}{2^n} x^n.$$

6. Найдите область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)} (x+1)^n.$$

- 7. Разложить функцию y = x + 1 в ряд Фурье по косинусам на отрезке  $[0; \pi]$ .
- 8. Найдите полный дифференциал 1-го порядка от функции

$$z = \ln(3x + 2y). \quad 2. \quad z = x^y.$$

9. Найдите полную производную  $\frac{dz}{dt}$  по переменной по t от функции  $z=ye^{-2x}$ , где x=2t+2,  $y=\sin t$ .  $z=x\tan 3y$ , где  $x=t^2$ ,  $y=2t^3$ .

- 10. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования это треугольник со сторонами x = 0, y = 0, x + y = 2.
- 11. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования описана системой неравенств

$$\begin{cases} x \ge 0, \\ y \ge 0, \\ x^2 + y^2 \le 1. \end{cases} \quad \begin{cases} y \ge x^2, \\ y \le 4 - x^2. \end{cases}$$

12. Поменяйте порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y) dx. \quad \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dx. \quad \int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x,y) dx.$$

13. Вычислите интеграл

$$\int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy, \qquad \int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx.$$

## 14. Вычислите интеграл

$$\iint\limits_{D}\cos(x+y)\,dxdy,$$

если область интегрирования ограничена прямыми  $x = 0, y = \pi, y = x$ .

## 6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 5

Распределение баллов по видам учебной работы ОФО в каждом семестре

| Вид учебной работы, за которую ставятся баллы | Баллы |
|---|-------|
| Посещение лекционных занятий                  | 10    |
| Опрос   | 0-20  |
| Контрольная работа №1                         | 0-20  |
| Контрольная работа №2                         | 0-20  |
| Промежуточная аттестация                      | 0-30  |
| ИТОГО   | 0-100 |

Таблица 5.1 Распределение баллов по видам учебной работы 3ФО

| Вид учебной работы, за которую ставятся баллы | Баллы |
|---|-------|
| Посещение лекционных занятий                  | 0-10  |
| Самоконтроль, конспект                        | 0-10  |
| Контрольная работа №1,2                       | 0-10  |
| Практическая работа                           | 0-40  |
| Промежуточная аттестация                      | 0-30  |
| ИТОГО   | 0-100 |

Таблица 6

#### Распределение дополнительных баллов

| Дополнительные баллы  | Баллы |
|---|-------|
| (баллы, которые могут быть добавлены до 100) Активность на учебных занятиях | 5     |
| Участие в Олимпиаде   | 10    |
| ИТОГО   | 0-15  |

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 7

## Балльная шкала итоговой оценки на экзамене

| Оценка              | Баллы  |
|---------------------|--------|
| Отлично             | 85-100 |
| Хорошо              | 65-84  |
| Удовлетворительно   | 40-64  |
| Неудовлетворительно | 0-39   |

## 7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в

Методических рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины «Высшая математика».

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

## 8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы Основная литература

- 1. Шипачев, *В. С.* Высшая математика: учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. 8-е изд., перераб. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2021. 447 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-534-12319-7. URL: https://urait.ru/bcode/468424
- 2. Малыхин, В. И. Высшая математика: учебное пособие / В. И. Малыхин. 2-е изд., перераб. и доп. Москва : ИНФРА-М, 2020. 365 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-16-002625-1. Текст: электронный. URL: https://znanium.com/catalog/product/1067788

#### Дополнительная литература

- 1. Ржевский, С.В. Высшая математика: учебник / С.В. Ржевский. Москва: Инфра-М; Znanium.com, 2018. 814 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-16-107481-7 (online). Текст: электронный. URL: https://znanium.com/catalog/product/1014067
- 2. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. 7-е изд., стер. Москва : Издательство Юрайт, 2020. 253 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-534-02148-6. URL : https://urait.ru/bcode/452426
- 3. Бугров, *Я. С.* Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. 7-е изд., стер. Москва : Издательство Юрайт, 2020. 246 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-534-02150-9. URL : https://urait.ru/bcode/452427
- 4. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. 7-е изд., стер. Москва: Издательство Юрайт, 2020. 281 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-534-03009-9. URL: https://urait.ru/bcode/449950
- 5. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 1. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы: учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. 7-е изд., стер. Москва: Издательство Юрайт, 2020. 288 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-9916-8643-3. URL: https://urait.ru/bcode/452424
- 6. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 2. Ряды. Функции комплексного переменного: учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. 7-е изд., стер. Москва: Издательство Юрайт, 2020. 219 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-9916-8645-7. URL: https://urait.ru/bcode/452425
- 7. Бугров, Я. С. Высшая математика. Задачник: учебное пособие для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. Москва: Издательство Юрайт, 2021. 192 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-9916-7568-0. URL: https://urait.ru/bcode/469580

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" 1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://window.edu.ru/

#### 8.2. Перечень программного обеспечения

- 1. Операционная система Windows XP, Microsoft Office 2007
- 2. Программы электронных таблиц Excel
- 3. Текстовый редактор Word
- 4. Программа для создания презентаций Power Point
- 5. Программа распознавания текста FineReader

#### 8.3. Перечень информационных справочных систем

1. Консультант Плюс.

#### 8.4. Электронные библиотечные ресурсы:

- 1. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн- http://elib.rshu.ru/
- 2. Информация электронной библиотечной системы http://znanium.com/
- 3. Электронный каталог библиотеки РГГМУ http://lib.rshu.ru/jirbis2/index.php? option=com\_irbis&view=irbis&Itemid=108
- 4. Издательство ЮРАИТ https://biblio-online.ru/

## 8.5. Перечень профессиональных баз данных

- 1. Havчная электронная библиотека eLIBRARY.RU https://elibrary.ru/defaultx.asp
- 2. Федеральная государственная информационная система Национальная электронная библиотека (НЭБ). https://rusneb.ru/
- 3. Мультидисциплинарная реферативная и наукометрическая база данных Scopus компании Elsevier https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic
- 4. Политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных Web of Science компании Clarivate Analytics http://apps.webofknowledge.com/WOS\_GeneralSearch\_input.do?product=WOS&search\_mode=GeneralSearch&SID=F4DWwm8nvkgneH3Gu7t&preferencesSaved=

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение программы соответствует действующим санитарно-техническим и противопожарным правилам и нормам и обеспечивает проведение всех видов лекционных, практических занятий и самостоятельной работы бакалавров.

Учебный процесс обеспечен аудиториями, комплектом лицензионного программного обеспечения, доступом к электронно-библиотечным системам.

Учебная аудитория для проведения занятий практического типа - укомплектована специализированной мебелью (ученические столы, стулья, компьютерные столы), компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi), доской меловой, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями, программным обеспечением.

Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций— укомплектована специализированной мебелью (ученические столы, стулья), доской меловой, компьютером с доступом в сеть Интернет, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями.

Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации— укомплектована специализированной мебелью (ученические столы, стулья), доской меловой, компьютером с доступом в сеть Интернет, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями.

Помещение для самостоятельной работы укомплектовано специализированной мебелью (ученические столы, стулья, компьютерные столы), компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi), доской меловой, мультимедиа проектором, аудиоколонками, учебно-наглядными пособиями, программным обеспечением.

## 10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов,

составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

# 11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий